

Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение  
высшего профессионального образования  
«Брянский государственный технический университет»

На правах рукописи

ГОНЧАРОВ ДМИТРИЙ ИГОРЕВИЧ

**ОЦЕНКА ДИНАМИЧЕСКОЙ НАГРУЖЕННОСТИ НЕСУЩИХ  
КОНСТРУКЦИЙ АВТОМОТРИС**

05.22.07 – Подвижной состав железных дорог, тяга поездов  
и электрификация

Диссертация

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель  
доктор технических наук, профессор  
Кобищанов Владимир Владимирович

Москва 2015

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ .....	4
ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА, ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ .....	8
1.1 Применяемые конструкции автомотрис .....	8
1.2 Обзор методов прочностных расчетов .....	13
1.3 Обзор исследований в области динамики подвижного состава .....	17
1.4 Экспериментальные исследования динамики и прочности подвижного состава .....	21
1.5 Постановка цели и задач исследования .....	24
ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АВТОМОТРИСЫ .....	27
2.1 Описание объекта исследования .....	27
2.2 Создание твердотельной динамической модели автомотрисы .....	35
2.3 Формирование расчетных неровностей пути .....	47
2.4 Оценка адекватности разработанных динамических моделей автомотрисы .....	52
ГЛАВА 3. ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАБОТЫ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ НА ДИНАМИЧЕСКУЮ НАГРУЖЕННОСТЬ НЕСУЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ КУЗОВА АВТОМОТРИСЫ .....	77
3.1 Обоснование необходимости учета эффекта Зоммерфельда при исследовании динамической нагруженности несущей конструкции кузова автомотрисы .....	77
3.2 Ограничения, принимаемые при моделировании взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автомотрисы .....	79
3.3 Разработка математической модели взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автомотрисы .....	81
3.4 Оценка динамической нагруженности несущей конструкции	

<i>автомотрисы</i> .....	116
ГЛАВА 4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ СВАРНОЙ НЕСУЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ КУЗОВА АВТОМОТРИСЫ .....	123
4.1 <i>Оценка динамического напряженно-деформированного состояния         несущей конструкции кузова автомотрисы</i> .....	123
4.2 <i>Анализ усталостной долговечности наиболее нагруженных сварных         соединений кузова автомотрисы</i> .....	127
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	133
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	134

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** В современных экономических условиях для обеспечения безопасности железнодорожного движения, обслуживания пути, железнодорожных перевозок пассажиров и бригад специалистов на малонагруженных не электрифицированных линиях целесообразно использовать автотрисы. Достоинством данного вида подвижного состава является экономичность, универсальность, надежность и приспособленность к использованию в качестве платформ для специализированных лабораторий и транспортных комплексов.

Особенностью несущей конструкции подобного подвижного состава является восприятие дополнительных динамических нагрузок, возникающих вследствие работы силовой установки и специализированного бортового оборудования, а также наличие значительного количества вырезов, ослабляющих несущую конструкцию, но необходимых для размещения и обслуживания данного оборудования.

В настоящее время на отечественном рынке подвижного состава представлено незначительное количество подобных конструкций. Одной из причин этого является отсутствие опыта в проектировании автотрис и оценке динамической нагруженности и надежности их несущих конструкций.

Актуальной проблемой при проектировании является решение задач по сокращению сроков и минимизации материальных затрат за счет активного внедрения в процесс проектирования методов компьютерного моделирования, позволяющих на ранних стадиях создания подвижного состава с достаточной степенью надежности прогнозировать его параметры и в случае необходимости принимать обоснованные решения по их корректировке. Методы компьютерного моделирования значительно сокращают затраты на создание подвижного состава за счет уменьшения объема необходимых дорогостоящих натуральных испытаний и объемов работ, связанных с доработкой опытных образцов. Получение положительного эффекта от использования методов моделирования при проектировании возможно только при обеспечении жесткого контроля достоверности получаемых результатов на основе данных натуральных экспериментальных исследований.

С учетом изложенного, актуальным является использование методов компьютерного моделирования при исследовании динамических характеристик единиц специального мотор-вагонного подвижного состава, в частности самоходных автотрис специального назначения.

**Целью диссертационной работы** является оценка динамической нагруженности и усталостной долговечности кузовов автотрис с учетом влияния работы силовой установки и разработка рекомендаций при создании нового поколения подвижного состава.

Для достижения цели поставлены и решены следующие задачи:

1 Разработана твердотельная компьютерная модель автотрисы движущейся по неровностям пути.

2 Разработана гибридная модель автотрисы движущейся по неровностям пути.

3 Разработана методика учета влияния на нагруженность кузова автотрисы силовой установки.

4 Проведено исследование динамической нагруженности кузова автотрисы с учетом работы силовой установки.

5 Разработана детализированная конечно–элементная модель кузова автотрисы.

6 Выполнена оценка адекватности конечно–элементной модели и моделей движения автотрисы.

7 Определено напряженно–деформированное состояние несущей конструкции кузова в динамической постановке.

8 Проведена оценка усталостной долговечности сварной конструкции кузова автотрисы.

**Объектом исследования** принята автотриса специального назначения «СЕВЕР» модели 2850, оборудованная путеизмерительным и дефектоскопным комплексами моделей 2800Т и 2820Т соответственно. Автотриса производится ЗАО «Фирма ТВЕМА».

**Методология и методы исследования.** В теоретических исследованиях по определению динамической нагруженности кузова автотрисы при движении ее по неровностям пути использованы методы твердотельного компьютерного

моделирования. Для анализа напряженно-деформированного состояния несущей конструкции кузова автомотрисы при действии нагрузок по режимам «Норм...» использован программный комплекс, реализующий метод конечных элементов.

**Научная новизна** исследований заключается в следующем:

1 Разработана методика оценки влияния на нагруженность кузова автомотрисы работы силовой установки.

2 В рамках методики разработана математическая модель автомотрисы на основе объектно-ориентированной конечно-элементной модели кузова с учетом влияния работы силовой установки.

3 Проведена оценка влияния работы силовой установки на динамическую нагруженность и усталостную долговечность кузова автомотрисы.

**Теоретическая и практическая значимость работы.** Методика учета влияния на нагруженность кузова автомотрисы силовой установки может применяться для разработки конструкторских решений при проектировании металлоконструкции кузова, подборе параметров силовой установки и элементов ее крепления.

Разработанная компьютерная модель позволяет учитывать влияние силовой установки на динамическую нагруженность и усталостную долговечность кузова.

Разработана конструкция кузова автомотрисы для путеизмерения и дефектоскопирования железнодорожных путей.

Определены показатели усталостной долговечности для несущей конструкции кузова автомотрисы с учетом работы силовой установки.

Полученные результаты переданы в ЗАО «Фирма ТВЕМА» и используются при проектировании и постройке автомотрис.

Обоснованность и достоверность результатов работы подтверждается удовлетворительной сходимостью результатов расчетов с данными натурных статических, динамических и поездных испытаний, проведенных испытательным центром ЗАО НО «Тверской институт вагоностроения».

**Личный вклад соискателя.** Разработана методика учета влияния на нагруженность кузова автомотрисы силовой установки. Разработаны твердотельная и гибридная компьютерные модели движения автомотрисы по неровностям пути. Разработана объектно-ориентированная конечно-элементная

модель кузова автотрицикла. Выполнена оценка адекватности моделей. Проведено исследование динамической нагруженности кузова автотрицикла с учетом работы силовой установки. Проведена оценка усталостной долговечности сварной конструкции кузова автотрицикла.

**Основные положения, выносимые на защиту.**

1 Методика оценки влияния на нагруженность кузова автотрицикла работы силовой установки.

2 Математическая модель взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автотрицикла.

3. Сравнительный анализ различных динамических моделей автотрицикла с точки зрения их адекватности и вычислительной эффективности.

4 Результаты оценки динамической нагруженности и усталостной долговечности кузова автотрицикла с учетом работы силовой установки.

**Апробация работы.** Основные положения диссертационной работы изложены на следующих международных и всероссийских научно–технических конференциях: «Безопасность движения поездов», (2014г., г. Москва); «Подвижной состав XXI века: идеи, требования проекты», (2009, 2011, 2013 гг., г. Санкт – Петербург); «Проблемы и перспективы развития вагоностроения», посвященная 100 – летию со дня рождения профессора Е.Н. Никольского, (2014г., г. Брянск).

Основные положения диссертации докладывались на семинаре кафедры и научно–техническом совете.

**Публикации.** Основные результаты исследований опубликованы в 10 печатных работах, в том числе 3 в изданиях, рекомендованных ВАК России, 7 работ опубликовано в трудах международных и всероссийских научно–технических конференций. Получен патент на полезную модель № 151037.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из четырех глав, введения, заключения, списка использованных источников из 138 наименований. Общий объем диссертации составляет 146 страниц, включает 49 рисунков и 12 таблиц в текстовой части.

## ГЛАВА 1. СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА, ЦЕЛЬ ИССЛЕДОВАНИЯ

### *1.1 Применяемые конструкции автомотрис*

Автомотриса (франц. *automotrice* – самодвижущаяся) – моторный самоходный вагон с двигателем внутреннего сгорания [1]. До 1940-х гг. термин «автомотриса» применялся к пассажирским и грузовым самоходным вагонам, чтобы отличать их от снимаемых с железнодорожного пути автодрезин, позже этот термин стали применять только к пассажирским самоходным вагонам с двигателями внутреннего сгорания. Самоходные несъемные с пути вагоны технического назначения стали называться автодрезинами, съемные – мотодрезинами. С 1970 – х гг. данным термином обозначают в основном автодрезины, на которых используется дизель.

Автомотрисы по их назначению можно разделить на четыре группы: для коммерческих пассажирских перевозок, для служебных нужд, специального назначения, для монтажно-восстановительных работ [2].

Автомотрисы для коммерческих пассажирских перевозок использовались с начала XIX века на железнодорожных линиях с низким пассажиропотоком. В 1969 г. на Рижском вагоностроительном заводе построены автомотрисы AP1 с двумя дизель – генераторными установками мощностью по 175 кВт, салоном на 90 сидячих мест, конструкционной скоростью 100 км/ч.

В 1984 г. чехословацким заводом «Вагонка – Студентка» изготовлена четырехосная автомотриса АЧ2 с дизелем мощностью 750 кВт, салоном на 67 сидячих мест, конструкционной скоростью 120 км/ч. К АЧ2 можно прицепить два вагона со 123 местами для сидения.

Современные автомотрисы данного типа часто имеют пониженный уровень пола для облегчения входа в поезд с низких платформ, которые распространены на второстепенных линиях.

Автомотрисы для служебных нужд предназначены для поездок работников железных дорог и оснащены дополнительным технологическим оборудованием



или помещениями. Первая отечественная служебная автомотриса выпущена Калужским машиностроительным заводом МПС в 1948 г [3]. С 1964 г. по 1980 г. выпускались служебные автомотрисы АС1А с автомобильным бензиновым двигателем мощностью 50 кВт, салон на 24 сидячих места, конструкционная скорость 80 км/ч.

Наличие дополнительного технологического оборудования может относить такие автомотрисы к группе автомотрис специального назначения.

Существует много разновидностей автомотрис специального назначения, в зависимости от вида технологического оборудования, устанавливаемого на данную подвижную единицу. Например: дефектоскопные и путеизмерительные самоходные механизированные комплексы для сплошного скоростного контроля рельсового полотна, рельсосмазыватели, дефектоскопы контактной сети и т.д.

Следующая выделенная группа это автомотрисы для монтажно-восстановительных работ. Их используют для монтажных, восстановительных и ремонтных работ по обслуживанию контактной сети на электрифицированных участках железных дорог, для погрузочно-разгрузочных работ, питания электроэнергией широкого спектра потребителей в полевых условиях.

К отечественным производителям автомотрис относятся: ОАО «Метровагонмаш», «группа Ремпутьмаш», ОАО «Людиновский тепловозостроительный завод», ОАО «Тихорецкий машиностроительный завод им. В. В. Воровского», ЗАО «Фирма ТВЕМА» и др.

Некоторые модели [4–8] и характеристики автомотрис отечественных производителей приведены в таблице 1.1.

Существующие конструкции автомотрис по характеру размещения несущих элементов разделяются на два основных типа. Первый – главным несущим элементом выступает рама (рисунок 1.1), на которой устанавливается необходимое оборудование и кузов.

Основными недостатками конструкций этого типа являются:

- несущей рамой по существу является грузовая платформа, имеющая большую металлоёмкость;

**Модели и характеристики автомотрис отечественных производителей**

Модель автомотрисы, Фирма производитель		Максимальная конструкционная скорость, км/ч, и габаритные размеры, Д×Ш×В <sup>1</sup> , мм		Вес брут то, т	Мощность силовой установки, кВт	Тип несущей конструкции Назначение	
РА1 модель 731	ОАО «Метровагонмаш»	120	19210×2700×3644	37	315	2	коммерческие пассажирские перевозки
РА2 модель 750.05		100	70000 <sup>2</sup> ×3140×3644	44 <sup>3</sup>	2×350	2	коммерческие пассажирские перевозки
АС – 01	группа «Ремпутьмаш»	130	21850×3250×5040	74	400	1	служебная
АКС – 01		100	21850×2800×5280	83	400	1	монтажно – восстановител ьные работы
АСЭ – 1			14480×3300×4780	45	200	1	служебная
АС4МУ	ОАО «Людиновский тепловозострои тельный завод»	90	20320×3088× –	58	235	1	служебная
1АДМ – 1.5	ОАО «Тихорецкий машиностроите льный завод им.В. В. Воров ского»	100	12950×3320×5250	32	220	1	монтажно – восстановител ьные работы
АДМ – 1.3СМ			12060×2838×3690	33	316	1	
СУПДК «СЕВЕР»	ЗАО «Фирма ТВЕМА»	120	23500×3144×4313	72 <sup>4</sup>	500	2	служебная, специального назначения
СТЭК «ПИОНЕР»			48120 <sup>5</sup> ×3144×4313	44	2×350	2	

<sup>1</sup> от уровня головок рельс, <sup>2</sup> длина прицепного и двух головных вагонов, <sup>3</sup> головного вагона, <sup>4</sup> снижение металлоемкости на 1,5 т кузова позволило разместить дополнительное оборудование, <sup>5</sup> длина двух секций



Рисунок 1.1 – Автомотриса дефектоскопная электрическая. Калужский завод путевых машин и гидроприводов

- остальные части кузова выполняют функции ограждения, что приводит к дополнительному увеличению металлоёмкости;

- ограничено пространство внутри кузова для размещения аппаратного оборудования и обслуживающего персонала, так как силовые установки располагаются на поверхности рамы;

Преимуществом является возможность установки на несущую раму модулей разного назначения.

Второй – несущими элементами являются рама, боковые стены и крыша, образуя единую несущую систему (рисунок 1.2).

Основным недостатком конструкции второго типа является высокая трудоемкость, а иногда и невозможность переоборудования автомотрисы под другие нужды.

Преимуществами конструкции второго типа являются:

- снижение металлоемкости за счет применения несущего кузова;
- увеличение пространства внутри салона в результате переноса части служебного оборудования в подвагонное пространство.

Отдельные соображения по обоснованию выбора технических решений приведены в [9].

Существуют следующие зарубежные производители автомотрис Talgo, Pesa, Newag, Mermec, Matisa, ZOS Vrutky a.s., TZV Gredelj, Stadler, Altstom,

Bombardier, Siemens, CAF. Некоторые модели [10–14] и характеристики автотрис вышеуказанных производителей приведены в таблице 1.2.



Рисунок 1.2 – Измерительная автотрисица ROGER 1000

Таблица 1.2

Модели и характеристики автотрис зарубежных производителей

Модель автотрисы Фирма производитель, страна		Максимальная конструкционная скорость, км/ч и габаритные размеры, Д×Ш×В <sup>1</sup> , мм		Вес брутто, т	Мощность силовой установки, кВт	Тип несущей конструкции Назначение	
610M	Pesa, Польша	160	27350×3000×4200	58	2×315	2	служебная
220/1M	Newag, Польша	120	42716 <sup>2</sup> ×2850×3900	-	2×390	2	коммерческие пассажирские перевозки
222M		130	43000 <sup>2</sup> ×2840×3910	82	2×390	2	коммерческие пассажирские перевозки
ROGER 1000	Mermes, Италия	160	23300×2967×4498	66	-	2	специальная, измерительная
ROGER 800		140	23700×2960×4150	70	-	2	специальная, измерительная
M1000 range	Matisa, Швейцария	120	16000-26000× – × –	65	-	1	специальная, измерительная
840	ZOS Vrutky a.s., Словацкая Республика	115	38470 <sup>2</sup> ×3000×3850	77,7	-	2	коммерческие пассажирские перевозки

<sup>1</sup> от уровня головок рельс, <sup>2</sup> длина двух секций

## *1.2 Обзор методов прочностных расчетов*

Выше приведены два основных типа несущих конструкций автотрис. При расчете металлоконструкции первого типа на прочность усилия по режимам «Норм...» [15] прикладываются к платформе, на которую установлен кузов. Сам кузов воспринимает только нагрузки от внутреннего оборудования, ветровую и инерционные нагрузки. В отличие от первого типа, второй выполнен в виде замкнутой оболочки с большим количеством вырезов под окна, двери, монтаж и обслуживание сложного оборудования, установленного в подрамное и надкрышное пространство. Кузов второго типа является несущим и воспринимает все усилия по режимам «Норм...». Применение второго типа целесообразно для пассажирских, служебных и специальных автотрис

Из-за сложности структуры несущей конструкции кузова автотрисы второго типа, расчёт напряжений во всех элементах кузова на основе единой расчётной схемы является сложной задачей. Поэтому для оценки напряженно – деформированного состояния на разных стадиях проектирования на практике применяются как аналитические, так и численные методы с использованием расчетных схем разной степени детализации. На начальных стадиях проектирования для оценки назначенных размеров продольных несущих элементов (толщины обшивки, формы гофров и стрингеров и т.д.) среднего поперечного сечения и нахождения напряжений в них используется упрощенные аналитические методы сопротивления материалов, в рамках которых несущая конструкция кузова представляется в виде балки на двух опорах [16,17]. Данный подход применим для вагонов, имеющих кузова с незначительно изменяющимися поперечными сечениями по их длине. Расчёт кузовов вагонов как балок на двух опорах даёт удовлетворительные результаты в средней зоне кузова. Для выполнения поверочного расчёта кузова требуется применение уточнённых расчётных схем.

Поперечные сечения балок рамы подбирают по простейшим расчётным схемам, учитывающим местные нагрузки, приложенные к балкам. Сечения стоек

боковых стен, дуг крыши и главных стоек лицевой части ограничены минимальными моментами сопротивления, установленными «Нормами...»[15].

Во второй половине XX века появилось большое количество прикладных методов расчета пространственных конструкций. К ним относятся метод чередования основных систем и обобщённый метод сил, предложенные Е.Н. Никольским [17]. Данные методы являются общими методами теории упругости. При использовании метода чередования основных систем обеспечиваются необходимые уточнения расчётов путём последовательного рассмотрения расчётных схем. Благодаря простоте этих схем, они применяются на практике и имеют существенное значение.

В конце шестидесятых – начале семидесятых годов XX века, благодаря развитию вычислительной техники, широко применялась плоская расчётная схема с тремя неизвестными усилиями в контуре [17]. Данная расчётная схема выполняется в виде двух горизонтальных рядов стержней, которые соединены простенками в виде стоек и абсолютно жёсткими участками на концах. Жесткость верхнего и нижнего ряда равна суммарной жесткости надоконного и подоконного пояса соответственно. Аналогичная стержневая расчётная схема для кузова вагона блочной конструкции с дискретными связями крыши со стенами предложена в работе [18].

Использование плоских стержневых схем эквивалентно рассмотрению кузова как оболочки с недеформируемым контуром поперечного сечения, при этом определяют основные срединные напряжения в обшивке и стрингерах.

В дальнейшем практическое применение получили пространственные пластинчато-стержневые схемы [16]. В данных схемах решение с определённой точностью достигалось при сравнительно небольшом числе различных простейших элементов при специальном их подборе на основании экспериментального и теоретического исследования конструкции назначенного типа.

Для получения более точных результатов во всех зонах и элементах конструкции применялись методы расчёта оболочек. Большой вклад в развитие методов расчёта оболочек типа вагонных кузовов внесли в МИИТе

А.В. Александров [19], в ЛИИЖТе А.П. Филин [20] и в БИТМе Е.Н. Никольский [21].

Начиная с шестидесятых годов XX века и по настоящее время для решения задач расчёта тонкостенных подкреплённых систем, широкое распространение получили приближённые численные методы. К таким методам инженерного анализа [22] относятся энергетические методы [23], метод граничных интегральных элементов [24], метод конечных разностей и метод конечных элементов (МКЭ).

Наибольшую популярность получил МКЭ, так как этот метод обладает логической простотой, универсален, легко подвергается автоматизации и позволяет повышать точность расчётов. Возникновение этого метода связано с решением задач космических исследований. Впервые он был опубликован в работе Тернера, Клужа, Мартина и Топа.

На данный момент МКЭ один из основных методов анализа напряженно - деформированного состояния конструкций. Широкое практическое использование его достигнуто благодаря трудам О. Зенкевича, В.А. Постнова, И.Я. Хархурима, Л. Сегерлинда, Р. Феннера, Д. Норри, Ж. де Фриз, Р. Галлагера, С.Ю. Еременко и т.д. [25–27]

Вопросам исследования прочности несущих конструкций подвижного состава, в том числе с практическим применением МКЭ, посвящены работы ученых МГУ ПС (МИИТа) – Шадура Л.А. [28], Котуранова В.Н. [29], Беспалько С.В. [30], Филиппова В.Н. [31], Воронина Н.Н. [32], Шевченко П.В. Козлова М.П., Быкова А.И., Овечникова М.Н., Проскурнева П.Г. и др.; ПГУПС (ЛИИЖТа) – Бороненко Ю.П. [33], Третьякова А.В. [34], Соколова М.М. [35], Битюцкого А.А. [36] и др.; БГТУ (БИТМа) – Кобищанова В.В. [37], Лозбинева В.П., Лозбинева Ф.Ю. [38], Серпика И.Н., Антипина Д.Я., Расина Д.Ю. [37], Ольшевского А.А., Боброва М.В., и др.; ВНИИЖТа – Черкашина Ю.М. [39], Соколова А.М. [34], Краснобаева А.М., Барбарича С.С. и др.; НО ТИВ (КФ ВНИИВ) – Юхневского А.А. [40], Ломакова П.С. [41], Василевского В.В. [42]; ВНИКТИ – Оганьяна Э.С. [43], Волохова Г.М. [44];

УрГУПСa – Колясова К.М., Лапшина В.Ф., Бачурина Н.С., Смольянинова А.В., Павлюкова А.Э. [45]; ИрГУПСa – Цвика Л.Б. [46]; БелГУТа – Пигунова А.В.; компании «Хекса» и других организаций.

Прочностным расчетам несущей конструкции подвижного состава посвящены исследования зарубежных ученых Ирана Rezvani M. A., Feizi M.M., Shadfar M. [47]; Турции C. Baykasoglu a,b, E. Sunbuloglu a, S. E. Bozdog a [48] and etc.; Австралии Hanson D., Winton M. [49] and etc.; Китая Miao B. [50], Yu L. [51], Jianmin GE [52]; Германии Zabeld V. [53]; Бельгии Brehmc M. [53]; Португалии Ribeiro D., Calçadab R., Delgadob R. [53]; Мексики Leyva-Díaz A., Trejo-Escandón J. O., Tamayo-Meza P.A. [54] and etc.

При использовании МКЭ для проведения поверочных расчётов рассматривается кузов в целом со сравнительно крупными конечными элементами, но при этом расчётная схема обладает достаточно большим числом степеней свободы. Для уточнения результатов расчёта отдельных зон и кузова в целом существует ряд способов. Один из распространённых – это метод последовательного выделения областей с возрастающей густотой сетки (метод Л.Л. Кожевниковой). Сначала рассчитывается вся конструкция по схеме с относительно крупными конечными элементами. Затем выделяется часть конструкции, в которой необходимо уточнение, и проводится её расчёт при более густой сетке конечных элементов. Граничные условия по выделяемой поверхности части конструкции берутся из расчёта всей конструкции. К недостаткам этого метода относится необходимость на каждом этапе уточнения выделять отдельные расчётные схемы и формировать граничные условия для выделяемых частей. Данный способ чрезвычайно трудно автоматизировать, особенно при расчёте конструкций, которые относятся к нерегулярным, таким как кузова автотрис.

Программные продукты, реализующие МКЭ в различных отраслях техники, разрабатываются многочисленными коллективами специалистов. Все программные продукты конечно-элементного анализа подразделяются на две основные группы [55].



К первой группе относятся программы, встраиваемые в CAD комплекс, и располагающие возможностями расчета деталей и сборочных единиц непосредственно в среде их разработки. Причем эти программы могут быть выполнены как для конкретного продукта, так и иметь полную ассоциативную интеграцию с несколькими пакетами трехмерного параметрического проектирования. К таким программам относятся SOLIDWORKS Simulation Solutions (панель Cosmos), MSC.visualNastran Desktop 4D, ANSYS DesignSpace и др.

Ко второй группе относятся независимые программы, созданные для выполнения различных видов расчетов для сложных конечно-элементных моделей, в которых максимально учитываются особенности геометрического и силового характера. К таким программам относятся ScadSoft [56], ANSYS, Femap with NX Nastran [22] и др.

Сейчас развивается идеология полного управления жизненным циклом PLM (Product Lifecycle Management) изделия на основе его представления в виде трехмерной виртуальной модели. В соответствии с этой идеологией разработаны мощные программные системы, объединяющие CAD/CAM/CAE модули и позволяющие описывать геометрию изделия и процессы его создания, с возможностью сохранения и аккумуляции используемых при этом приемов и методов. К таким системам относятся CATIA от французского производителя Dassault Systemes и NX Advanced Simulation от компании Siemens PLM Software.

### ***1.3 Обзор исследований в области динамики подвижного состава***

Первые работы по исследованию движения железнодорожных подвижных единиц и их взаимодействию с путем, проводились одновременно с появлением железных дорог и сводились к эксплуатационным наблюдениям за техническим состоянием ходовых частей и пути. В конце XIX века и первой трети XX исследования, посвященные различным аспектам взаимодействия подвижного состава и пути, стали формироваться в отдельную область науки.

В настоящее время, благодаря развитию математики, электроники, программных средств, удалось сократить количество натуральных экспериментальных

исследований подвижного состава на этапе проектирования. Однако полностью отказаться от проведения испытаний пока не представляется возможным.

Динамические процессы, возникающие в процессе эксплуатации единиц подвижного состава, имеют различную природу и традиционно разделяются на три основных группы:

- продольная динамика, описывающая процессы взаимодействия единиц подвижного состава между собой в составе поезда и при маневровых работах;
- динамика взаимодействия железнодорожных колес с элементами путевой инфраструктуры;
- колебания единиц подвижного состава.

Основы исследований в области продольной динамики поездов заложил Е.Н. Жуковский. Большой вклад в развитие теории продольной динамики поезда внесли ученые ДИИТа: Лазарян В.А., разработавший методы исследования продольной динамики движения поезда, Блохин Е.П., Манашкин Л.А., исследовавшие переходные режимы движения подвижного состава в поезде, а также нагрузки, действующие на единицу подвижного состава и груза при маневровых работах. Ученые МГУ ПС (МИИТа) Вершинский С.В. [57], исследовавший усилия, возникающие между вагонами в составе поездов, в том числе и большой массы, а также их устойчивости при действии значительных продольных усилий, Галеев А.У., Першиц Ю.И., исследовавшие усилия, действующие на подвижной состав при трогании с места и торможении с учетом зазоров в автосцепных устройствах, а также Панькин Н.А., анализировавший продольную динамику подвижного состава оборудованного поглощающими аппаратами с нелинейными силовыми характеристиками, Филиппов В.Н. [58], Петров Г.И. [59], исследовавшие продольную динамику специализированных вагонов и вагонов цистерн различного назначения. Значительный вклад в изучение влияния параметров поглощающих аппаратов на продольную динамику поезда, а также в создание новых конструкций поглощающих аппаратов внесли российские ученые БГТУ (БИТМа) Никольский Л.Н. [60], Кеглин Б.Г. [60], Болдырев А.П. [61], а также Гребенюк П.Т., Кузьмич Л.Д., Костенко Н.А.,

Шахнюк Л.А. В работе [62] Оганьяна Э.С. приведены результаты многочисленных экспериментов в стендовых, поездных условиях и при соударениях на натуральных объектах.

За рубежом исследованиям продольной динамики посвящены работы ученых Австралии Cole С. [63], Duncan, I. [64], Muller L. [65], Нидерландов McClanachan M. [66] и др.

Вопросами исследования процессов взаимодействия колес подвижного состава с верхним строением пути активно занимался Вериго М.Ф. Учетом влияния неровностей пути и дефектов поверхности катания колеса на усилие взаимодействия занимался Данилов В.Н. В работах Дановича В.Д. при оценке взаимодействия колеса с рельсом учтены инерциальные характеристики верхнего строения пути. Кудрявцевым Н.Н. [67] предложена классификация неровностей пути при исследовании динамики подвижного состава, разработаны расчетные схемы для изучения взаимодействия колеса с рельсом.

Задачам исследования контактного взаимодействия колеса с рельсом посвящены работы Сенько В.И., Сакало В.И., Сакало А.В., Томашевского С.Б. [68], Языкова В.Н.

Для исследования динамики подвижного состава с учетом процессов взаимодействия колеса с рельсом в России и за рубежом разработаны математические модели, учитывающие одно-, двух- и много-точечные контакты.

Исследованиями в области взаимодействия колеса с рельсом занимались зарубежные ученые Нидерландов Kalker J.J. [69], Франции Ayasse J.V. and Chollet H. [70], Швеции Polach O. [71] и др.

Исследованиям колебательных процессов, возникающих при движении подвижного состава по рельсовому пути, большое внимание уделяли ученые МГУ ПС (МИИТа) Винокуров М.В. [72], Вершинский С.В. [57], Хусидов В.Д. [57], Хохлов А.А. [73], Анисимов П.С. [74], Филиппов В.Н. [75], Петров Г.И. [76], Савоськин А.Н. [77], Киселев В.И. [78], Короткевич М.А., Ковалев Н.А., Львов А.А., Бирюков И.Б., Сердобинцев Е.В. и др.; ПГУПС (ЛИИЖТа) Челноков И.И. [79], Бороненко Ю.П. [80], Соколов М.М. [81], Орлова А.М. [80], ВНИИЖТа

Ромен Ю.С. [82], Черкашин Ю.М. [83], Попов А.А., Соколов А.М.; ВНИКТИ Коссов В.С. [84], Оганьян Э.С., Чаркин В.А.; НО ТИВ (КФ ВНИИВ) Юхневский А.А. [85], Скачков А.Н., Зайцев А.В. [86], Василевский В.В. [87]; БГТУ (БИТМа) Погорелов Д.Ю. [88], Кобищанов В.В. [89], Селинов В.И. [90], Михальченко Г.С., Федяева Г.А., Забелин А.Л., Ковалев Р.В., Михеев Г.В.; УрГУПСа Бачурин Н.С. [91], Колясов К.М. [91], Павлюков А.Э. [92]; ДИИТа Лазарян В.А. [93], Ушкалов В.Ф. [94], Коротенко М.Л., Мямлин С.В.; РГУПСа Тибилов Т.А., Волков И.В.; компании «Хекса» и других организаций.

Исследованию колебательных процессов при движении подвижного состава посвящены работы зарубежных ученых Гарга В.К., Дуккипати Р.В. [95], Wickens А.Н. [96], Carlbom P. [97], Zhou J., Ren L., Zhang H., Goodall R. [98].

На первых этапах исследований динамики подвижного состава в зависимости от поставленной задачи использовались одномерные и двумерные (плоские) математические модели. Однако, увеличение сложности моделей, переход к пространственным расчетным схемам и необходимость учета значительного количества эксплуатационных факторов привело к переходу от аналитических и части экспериментальных методов исследований к численным методам. Были разработаны высокопроизводительные методы решения дифференциальных уравнений большой размерности, предложен метод подсистем. Применение современных численных методов, реализованных в виде расчетных программ, позволило формировать многотельные детализированные компьютерные модели подвижного состава. В рамках данных программ подвижной состав представляется в виде систем абсолютно твердых и упругих тел. В настоящее время на рынке программного обеспечения имеется значительное количество программных комплексов, позволяющих исследовать динамику систем тел, как в твердотельной постановке, так и с учетом их упругих свойств. Существующие комплексы можно разделить на универсальные и специализированные. Ряд универсальных комплексов в своем составе имеют специализированные модули, предназначенные для исследования динамики рельсовых экипажей. К ним относится «Универсальный механизм»,

разработанный в БГТУ под руководством д.ф.м.н. Погорелова Д.Ю. [99], MSC. Adams, SIMPACK, MEDYNA, LS-DYNA, а также специализированные программы VAMPIRE, VI-Rail.

Необходимым условием, определяющим возможности использования аналитических и численных методов для оценки безопасности и работоспособности подвижного состава, является подтверждение адекватности предлагаемых методов с помощью сопоставления результатов с результатами натурных экспериментов.

#### ***1.4 Экспериментальные исследования динамики и прочности подвижного состава***

Натурные эксперименты необходимы для получения фактических данных о нагруженности узлов и конструкций, идентификации расчетных моделей, проверки результатов теоретических исследований.

До середины восьмидесятых годов XX века экспериментальные методы исследования динамики и прочности подвижного состава являлись основными методами. В качестве объектов испытаний использовались натурные единицы ПС их элементы или фрагменты, масштабные модели.

Экспериментальная оценка прочности выполняется путем тензометрических или оптических измерений. В процессе испытаний нагружения конструкции производится либо в специальных испытательных стендах, обеспечивающих нагрузки эквивалентные эксплуатационным, либо при испытаниях на полигоне в условиях, повторяющих эксплуатационные. Наиболее массовым способом является тензометрирование, при котором в исследуемых узлах наклеиваются тензодатчики, данные с которых обрабатываются с использованием компьютерных программно – аппаратных средств.

Ходовые динамические испытания и испытания на соударения проводятся на соответствующих путях специальных экспериментальных полигонов или на участках общей сети железных дорог колеи 1520 мм.

Полигонные и сетевые участки железнодорожного пути, используемые для испытаний, должны быть статистически представительными по конструкции, плану и профилю и текущему состоянию для предусмотренных нормативно технической документацией условий эксплуатации испытуемого вагона. Кроме того, техническое состояние участков пути должно обеспечивать движение испытываемых вагонов с конструкционной скоростью. Протяженность сетевого участка пути, выделенного для испытаний вагонов магистральных железных дорог, должна позволять получить полный объем экспериментальных данных. В общем случае протяженность испытательного участка пути должна быть не менее 50 км.

Для измерения требуемых показателей и характеристик применяются измерительные первичные и масштабные вторичные преобразователи физических величин, показывающие, регистрирующие, вычислительные устройства и другие приборы и приспособления.

В качестве первичных измерительных преобразователей (датчиков) применяются:

- тензорезисторы с базой 10 мм и 20 мм для регистрации микродеформаций (напряжений) и сил в элементах конструкции; при специальных исследованиях концентрации напряжений в отдельных зонах новых конструкций применяются тензорезисторы с меньшей базой;
- ускорениемеры (акселерометры) различных конструкций с использованием частотных фильтров требуемого диапазона частот для измерения виброускорений элементов вагона и груза;
- преобразователи перемещений (прогибомеры, индикаторы), давлений (манометры), сил (типовые и электронные динамометры).

В качестве масштабных преобразователей используются тензометрические электронные усилители и др. устройства, а также специализированные и автоматизированные измерительно-вычислительные комплексы на базе ПЭВМ.

Применяемые для испытаний средства измерений, оборудование и приспособление должны находиться в технически исправном состоянии, иметь

надлежащим образом оформленные аттестаты, паспорта и поверочные клейма, стабильные и периодически контролируемые градуировочные характеристики.

Испытательное оборудование должно быть аттестовано, а стандартизованные и нестандартизованные средства измерений должны пройти поверку или метрологическую аттестацию.

До начала испытаний все установленные приборы, приспособления и измерительные схемы должны быть проверены и протарированы (откалиброваны). Контрольные проверки масштабов записей (измерений) регистрируемых величин производятся ежедневно перед началом и после окончания каждого дневного цикла опытных поездок, а при необходимости – чаще.

Для предварительного определения собственных частот колебаний вагона с новой системой ходовых частей рекомендуется до ходовых испытаний производить опыты по «сбрасыванию» вагона с клиньев (прокладок) высотой 15-30 мм, устанавливаемых на рельсах.

Необходимый объем опытных поездок и измерений устанавливается с учетом конкретных задач, особенностей и степени новизны конструкции и предъявляемых к ней требований. В общем случае требуемый массив экспериментальной информации по исследуемым величинам рекомендуется образовывать путем последовательного набора записей (реализаций) процессов при различных скоростях и режимах движения опытного поезда как на характерных заранее выбранных (намеченных), так и на случайных (произвольно чередуемых) отрезках железнодорожного пути.

Регистрация измеряемых процессов должна производиться на прямых и кривых участках пути и стрелочных переводах во всем проектном диапазоне допускаемых эксплуатационных скоростей от 20...30 км/ч вплоть до конструкционной скорости, если по данным оперативного анализа это не угрожает безопасности движения.

Ходовые динамические и прочностные испытания подвижного состава проводят испытательные центры (ИЦ) ОАО «ВНИИЖТ», ОАО «ВНИКТИ», ЗАО НО «ТИВ», ООО «ИЦПС», Алтайский ИЦ, Балтийский ИЦ и другие ИЦ

России. Испытания в основном проводятся на скоростном испытательном полигоне г. Белореченск и испытательном кольце «Щербинка». ИЦ ОАО «ВНИКТИ» и Алтайский ИЦ имеют собственные аттестованные для испытаний пути.

Значительное внимание экспериментальным исследованиям в своих работах уделяли ученые МГУ ПС (МИИТа) Шадур Л.А., Вершинский С.В., Панькин Н.А., Вериго М.Ф., Котуранов В.Н., Филиппов В.Н., Петров Г.И., Анисимов П.С. и др.; ПГУПС (ЛИИЖТа) Бороненко Ю.П., Челноков И.И., Битюцкий А.А., Орлова А.М. и др.; БГТУ (БИТМа), Никольский Е.Н., Никольский Л.Н., Кобищанова В.В., Кеглин Б. Г. и др.; НО ТИВ (КФ ВНИИВ) Самошкин С.Л., Коршунов С.Д.; ДИИТа Лазарян В.А., Блохин Е.П. Балтийский ИЦ Ляпшин К.Н., Вучетич И.И.; Инженерного центра вагоностроения Афанасьев Е.В. [100]; Тихвинского ИЦ Богданов В.П., Дмитриев С.В. [101] и других организаций.

### ***1.5 Постановка цели и задач исследования***

На основе проведенного в первой главе анализа современных методов исследования динамики и прочности подвижного состава в качестве метода для проведения исследований в рамках диссертационной работы принят метод математического моделирования с использованием современных программных комплексов и компьютерных моделей, адекватность которых подтверждается данными натурных испытаний.

Для исследования динамической нагруженности несущей конструкции подвижного состава принимается метод твердотельного и гибридного компьютерного моделирования, реализованного в программном комплексе моделирования динамики систем тел «Универсальный механизм». Указанный программный комплекс по результатам проведенного анализа наиболее соответствует планируемым в работе исследованиям. Он активно используется ведущими отечественными и зарубежными специалистами [102] при исследовании динамики подвижного состава. Адекватность результатов получаемых с его использованием подтверждается результатами прохождения



манчестерских тестов [99]. Для исследований прочности, а также учета упругих свойств несущей конструкции кузова при моделировании динамики движения подвижного состава целесообразно использовать всемирно признанный промышленный программный комплекс, реализующий метод конечных элементов Simens PLM Software Femap 9.3.

Проведенный обзор показал, что исследованием динамической нагруженности автотрис посвящено незначительное количество работ. В тоже время существует тенденция к увеличению объемов использования подвижного состава такого типа в качестве, как пассажирского подвижного состава, так и в качестве базы для создания транспортно технологических комплексов. При этом на стадии разработки к ним предъявляются повышенные требования по безопасности, динамическим характеристикам и надежности. По этой причине актуальной является задача создания методик, позволяющих на стадии проектирования с достаточной степенью точности прогнозировать динамико–прочностные свойства создаваемых автотрис. В связи с этим, целью работы является оценка динамической нагруженности и усталостной долговечности кузовов автотрис с учетом влияния работы силовой установки и разработка рекомендаций при создании нового поколения подвижного состава.

Для достижения цели поставлены следующие задачи:

- 1 Разработать твердотельную компьютерную модель автотрисы движущейся по неровностям пути.
- 2 Разработать гибридную модель автотрисы движущейся по неровностям пути.
- 3 Разработать методику учета влияния работы силовой установки на нагруженность кузова автотрисы.
- 4 Провести исследование динамической нагруженности кузова автотрисы с учетом работы силовой установки.
- 5 Разработать детализированную конечно–элементную модель кузова автотрисы мотрисы.
- 6 Выполнить оценку адекватности конечно–элементной модели и моделей

движения автомотрисы..

7 Определить напряженно–деформированное состояние несущей конструкции кузова в динамической постановке.

8 Провести оценку усталостной долговечности сварной конструкции кузова автомотрисы.

## ГЛАВА 2. РАЗРАБОТКА ДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ АВТОМОТРИСЫ

### 2.1 Описание объекта исследования

Самоходный универсальный путеизмерительно - дефектоскопический комплекс (СУПДК) – автомотриса «Север» модели 2850 (рисунок 2.1) предназначена для качественного и эффективного обслуживания пути и объектов инфраструктуры, обеспечения безопасности движения поездов. На подвижную единицу могут устанавливаться различные системы измерения параметров пути, ультразвуковой и магнитной дефектоскопии, лазерного трехмерного сканирования, георадиолокационной диагностики и т.д.



Рисунок 2.1 – Самоходный универсальный путеизмерительно - дефектоскопический комплекс – автомотриса «Север» производства ЗАО «Фирма ТВЕМА»

Технические характеристики автомотрисы приведены в таблице 2.1. Общий вид и вариант планировки представлены на рисунке 2.2.

Автомотриса содержит: кузов 1, автосцепное оборудование 2, аппаратный салон 3, тележки 4, тормозное оборудование 5, дефектоскопное оборудование 6, силовую установку 7.

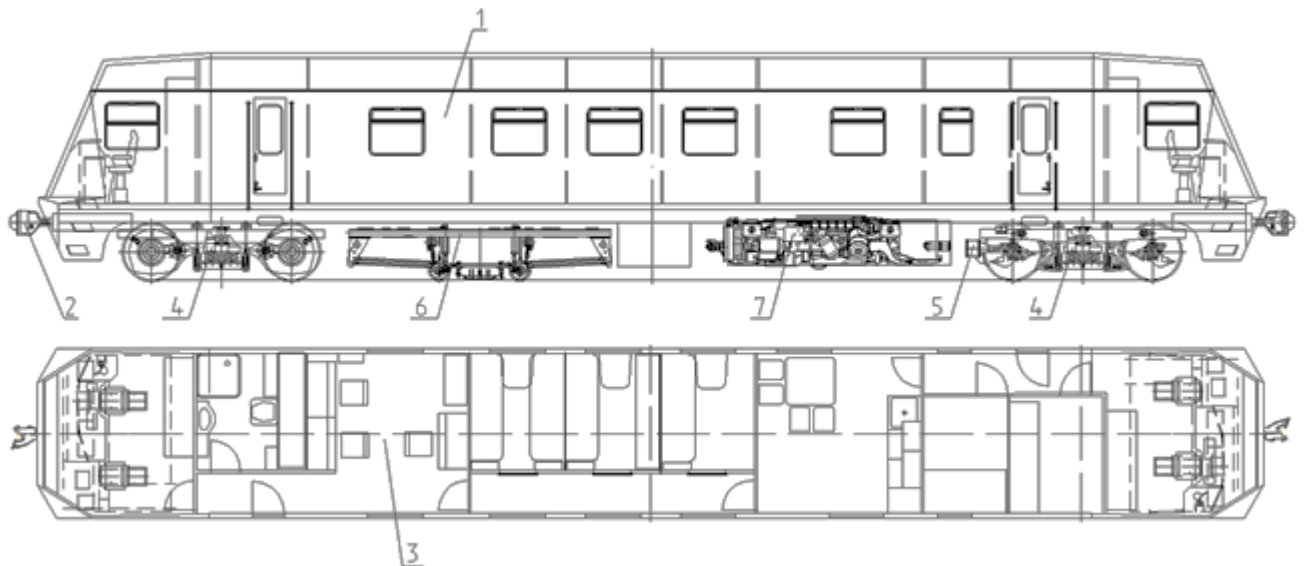


Рисунок 2.2 – Общий вид автомотрисы

Несущая конструкция кузова вагона представляет собой замкнутую тонкостенную подкрепленную продольными и поперечными элементами жесткости сварную несущую оболочку, ослабленную вырезами под окна, двери и для обслуживания оборудования, установленного под рамой и над крышей автомотрисы.

Все узлы кузова (рама, лицевые части, крыша, боковые стены) являются оригинальными, что обусловлено их функциональным назначением [103,104].

Наиболее сложным узлом является рама (рисунок 2.3), позволяющая разместить под вагоном ряд агрегатов, имеющих существенную массу и специальные места для их монтажа и обслуживания. К таким агрегатам относятся: дизель-генератор с посадочными размерами: 2880 мм – по длине, 2590 мм – по ширине и массой – 5 т; топливный бак массой (с горючим) – 3 т; аккумуляторный бокс – 1т; дефектоскопная тележка – 1т. С учетом этого рама кузова имеет хребтовую балку переменного сечения, которая прерывается на участке монтажа дизель-генератора.

Хребтовая балка выполнена из двух швеллеров № 30В на консольных частях сваренных в размер по высоте  $H=370$  мм у буферного бруса и подрезанных до 200 мм за задними упорными угольниками и двутавра № 20 Б1 в средней части. Шкворневые балки имеют переменное коробчатое сечение (горизонтальные и вертикальные листы толщиной 10 мм).

Технические характеристики автомотрисы «Север» модели 2850 производства ЗАО «Фирма ТВЕМА»

1	Масса тары брутто автомотрисы, т	72,0
2	Длина по осям сцепления автосцепок, мм	23500
3	База подвижной единицы, мм	16000
4	Модель моторной тележки	18 –9958
5	Ширина кузова наружная, мм	3144
6	Высота от уровня головок рельс, мм	4313
7	Высота оси автосцепки от уровня головки рельсов, мм	1060
8	Габарит по ГОСТ 9238-83	1-Т
9	Ширина колеи, мм	1520
10	Количество мест для персонала	4
11	Количество мест для машиниста и помощника	2×2
12	Тормоз	пневматический, электропневматический, ручной, колодочный
13	Энергоемкость поглощающего аппарата (работа полного динамического сжатия), кгс/м	4000
14	Плавность хода (к), не более	2,8
15	Вес топливного бака, т	
	с горючим	3
	порожного	0,5
16	Система кондиционирования	КЖ2 – 0,5 –008
17	Туалет	замкнутого типа с баком накопителем
18	Емкость системы водоснабжения, л	1600
19	Наружные двери с электропневматическим приводом	боковые - одностворчатые распашного типа
20	Автосцепка	СА-3
21	Силовая установка [105]	MTU Power Park
22	Мощность силовой установки, кВт	500
23	Модель электродвигателя тягового постоянного тока [106]	ТДМ – 1М ДК120АМ
24	Количество электродвигателей на подвижную единицу	4
25	Мощность одного электродвигателя номинальная, кВт	114
26	Назначенный срок службы до списания, лет	28

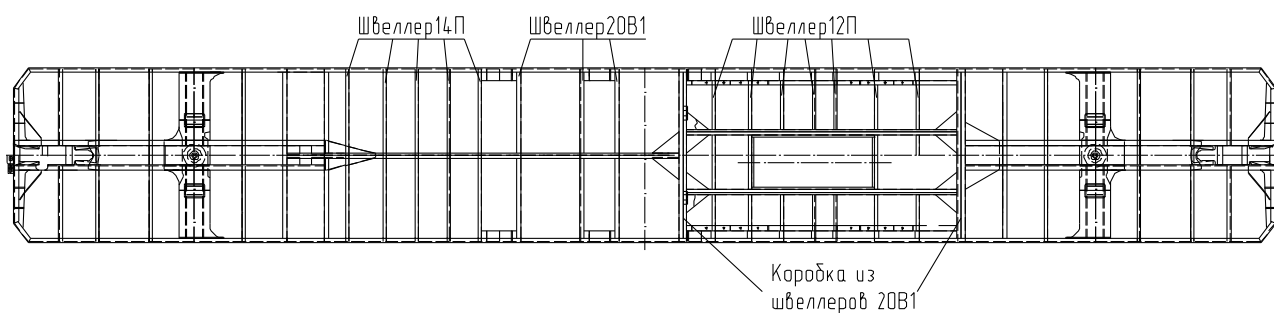


Рисунок 2.3 – Рама автомотрисы (вид сверху)

Обвязки рамы выполнены из швеллера 20В-1, буферные брусья – из швеллеров № 30В. Поперечные балки рамы в местах крепления: топливных баков выполнены из швеллеров 20В-1, дефектоскопной тележки - из швеллеров № 14П, дизель-генератора — из швеллеров № 12П. В местах прерывания хребтовой балки установлены сварные поперечные балки коробчатого сечения из швеллеров 20В-1. На отрезке рамы, где монтируется дизель-генератор, сварены продольные балки из швеллера №24П и сварные балки коробчатого сечения из швеллеров № 12П.

Гофрированная обшивка пола толщиной 2 мм из стали 4-Ш-15 пс, два короба для прокладки электрокабелей, расположены симметрично относительно хребтовой балки. В концевых частях рамы для пола используется гладкий лист из стали 4-Ш-15пс толщиной 2,5 мм.

Стойки боковых стен выполнены из зетового гнутого профиля. Обвязка боковых стен – катаный уголок 63х63х6 мм. Обшивка боковых стен гофрированная.

Дуги крыши выполнены из зетового гнутого профиля, соединены между собой гнутыми уголками в продольном направлении в зоне перехода от средней части дуги к наклонной. Обшивка средней части крыши и скатов выполнена из гофрированных профилей с шагом гофров 250 мм. Скат крыши расположен под углом 120° к средней части.

Главные (противоударные) стойки лицевой части и горизонтальные элементы изготовлены из швеллера № 14П. Обшивка лицевой части гладкая толщиной 2,5 мм. Внешний вид выбран с учетом функционального назначения, уменьшения лобового сопротивления при движении и придания эстетичного внешнего вида.

Материал: каркаса рамы за исключением балок из швеллера № 20В-1 – сталь 09Г2С (09Г2СД), противоударных стоек и горизонтального швеллеров торцевой стены – сталь 09Г2С (09Г2СД), для обшивки и остальных элементов каркаса используются конструкционные стали 4-Ш-15пс, Ст. 3сп5, Ш-ВОСВ-08Ю.

Ходовая часть автотрисы состоит из двух моторных тележек модели 18 – 9958 (рисунок 2.4) производства ЗАО «Титран экспресс».



Рисунок 2.4 – Моторная тележка модели 18 – 9958

Тележка двухосная, люлечная с двойным рессорным подвешиванием, с буксами на подшипниках качения, с гидравлическими гасителями колебаний в центральной ступени подвешивания. Тележка оборудуется двумя одноступенчатыми редукторами с передаточным числом 3,41 и двумя электродвигателями. Технические характеристики тележки представлены в таблице 2.2. Тележка предназначена для подкатки под моторные вагоны электропоезда ЭТ2М и автотрисы, эксплуатируемые на участках железных дорог колеи 1520 мм максимальной эксплуатационной скоростью 120 км/ч.

Кузов автотрисы опирается на скользуны, находящиеся на надрессорном бруске тележки. К бруску приварены опоры, ограничивающие его поперечные и продольные перемещения относительно рамы тележки, и кронштейны для крепления гасителей колебаний. Надрессорный брус опирается на раму тележки через пружины центрального подвешивания, для установки которых по его

концам приварены цилиндрические обечайки. Материал надрессорного бруса лист из стали СтЗсп5.

Таблица 2.2

## Технические характеристики моторной тележки модели 18 – 9958

1	База по осям колесных пар, мм	2600
2	Поперечное расстояние по осям буксового рессорного подвешивания, мм	2130
3	Поперечное расстояние по осям центрального рессорного подвешивания, мм	2130
4	Диаметр колес по кругу катания, мм	1050
5	Нагрузка от брутто кузова, кН, не более	236,2
6	Суммарный статический прогиб под весом брутто вагона, мм	225
7	Масса, кг, не более	12960
8	Назначенный срок службы, лет	28
9	Габарит по ГОСТ 9238	1 – Т, черт. 11б

Центральное подвешивание имеет люлечное возвращающее устройство [90], на которое установлены трехрядные цилиндрические винтовые пружины.

Гасителем колебаний центральной ступени подвешивания, является гидравлический демпфер, установленный под углом к горизонту для совместного гашения вертикальных и горизонтальных колебаний кузова, что обеспечивает уменьшение амплитуд колебаний при резонансах, необходимую плавность хода, снижение воздействия подвижного состава на железнодорожный путь и уменьшение износа деталей тележки.

В данной модели тележки используется поршневой гидравлический демпфер телескопического типа двухстороннего действия, развивающий усилия сопротивления на ходах сжатия и растяжения.

Реализации момента трения в опорных скользунах и предотвращение продольных перемещений осуществляется двумя симметрично расположенными



продольными поводками. Крепления поводка к раме тележки и надрессорному брусу осуществляется через специально приваренные кольца.

В поперечном направлении надрессорный брус стабилизируется относительно рамы тележки горизонтальной жесткостью пружин, гидравлическими гасителями колебаний, подвесками люльки и упругими упорами.

Рама тележки представляет собой сварную коробчатую конструкцию, состоящую из двух продольных и двух поперечных балок. Поперечные балки в центральной части имеют изгибы в вертикальном направлении, на которые устанавливаются кронштейны крепления электродвигателей. К концам продольных балок рамы крепятся поперечные траверсы. В места установки пружин буксового подвешивания, на продольных балках сделаны приливы. На раме монтируются кронштейны поводков редукторов, центрального и буксового подвешивания и, гасителей колебаний, крепления тормозных блоков, а также упоры для ограничения перемещения надрессорного бруса. Рама выполнена из листа толщиной 12 мм сталь СтЗсп5.

Передача нагрузок между рамой тележки и колесной парой осуществляется посредством буксового подвешивания. Буксовое подвешивание тележки модели 18-9958 включает в себя дисковый гаситель колебаний, два двухрядных комплекта пружин, установленных на крыльях корпуса буксы, два поводка. Поводки расположены кососимметрично, через них передаются усилия в продольном направлении. Поводки устанавливаются в клиновые пазы кронштейнов буксы и рамы тележки и фиксируются болтами. Параллельно поводкам монтируется дисковый демпфер, который гасит вертикальные колебания рамы относительно колесной пары.

Колесная пара ГОСТ 11018-2000 тележки состоит из двух литых колес с диаметром по кругу катания 1050 мм с бандажом моторвагонным по ГОСТ 398 – 96. Колеса напрессованы на ось типа РМ5. Дополнительно на оси установлено зубчатое колесо.

Силовая установка MTU Power Pack (рисунок 2.5) обеспечивает работу привода тяговых электродвигателей и электроснабжение всех энергопотребителей комплекса.

Силовая установка состоит из рамы, дизеля, тягового генератора, генератора собственных нужд, тормозного компрессора, системы предпускового подогрева, системы питания и системы выпуска отработавших газов.

Рама силовой установки крепится к кузову автотрисы с помощью четырех резино – металлических амортизаторов (рисунок 2.5).

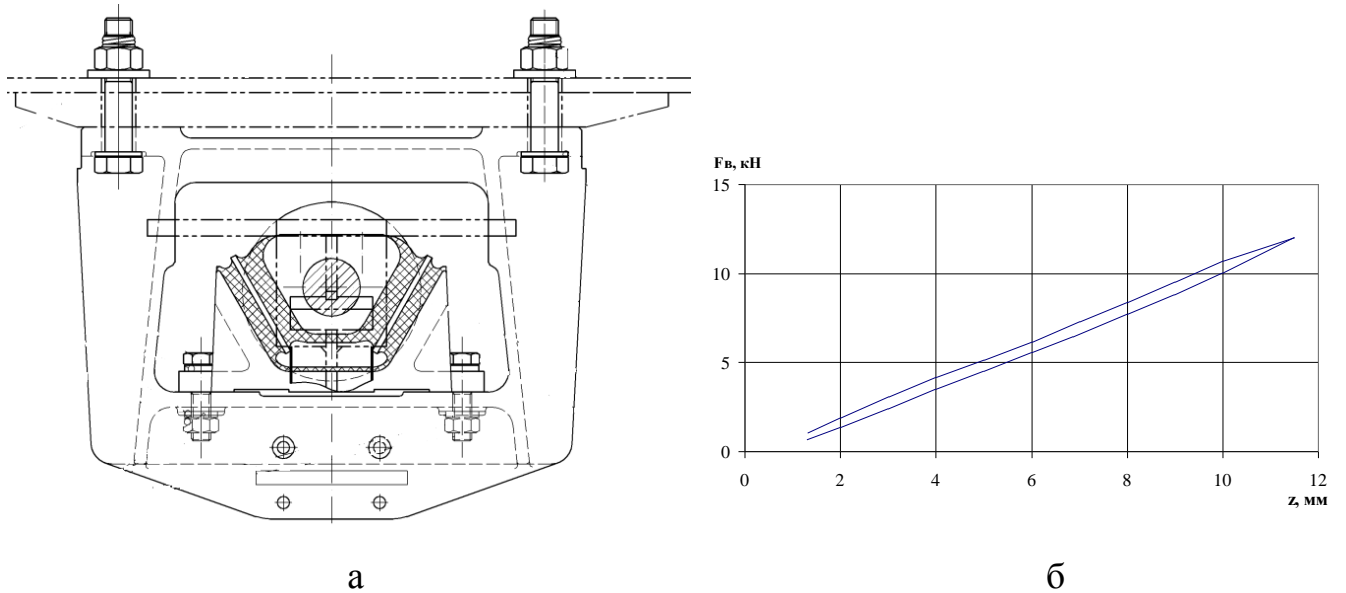


Рисунок 2.5 – Амортизатор силовой установки MTU Power Pack:

а – внешний вид амортизатора, б – силовая характеристика амортизатора [108]

Дизель и тяговый генератор опираются на раму силовой установки через восемь резиновых амортизаторов (рисунок 2.6).

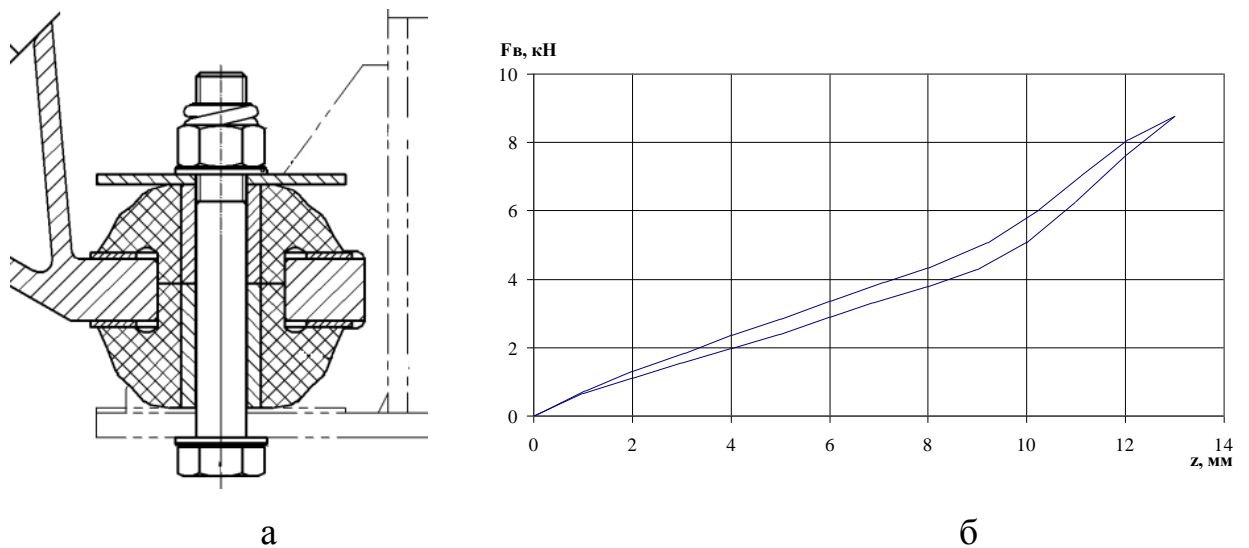


Рисунок 2.6 – Амортизатор дизеля и силового генератора

а – внешний вид амортизатора, б – силовая характеристика амортизатора [105]

Тяговое усилие от силовой установки подается на электродвигатели далее через упругие муфты на одноступенчатые редукторы с прямозубыми зубчатыми колесами затем на оси колесных пар. От колесных пар через буксовые ступени подвешивания усилие передается на рамы тележек далее через поводки центральной ступени подвешивания на надрессорные брусья. От надрессорных брусьев через шкворни и одетые на них резиновые амортизаторы (рисунок 2.7), внутрь которых завальцованы пружины, тяговое усилие передается на пятники. Пятники запрессовываются на верхний конец шкворней весом брутто кузова автотрисы.

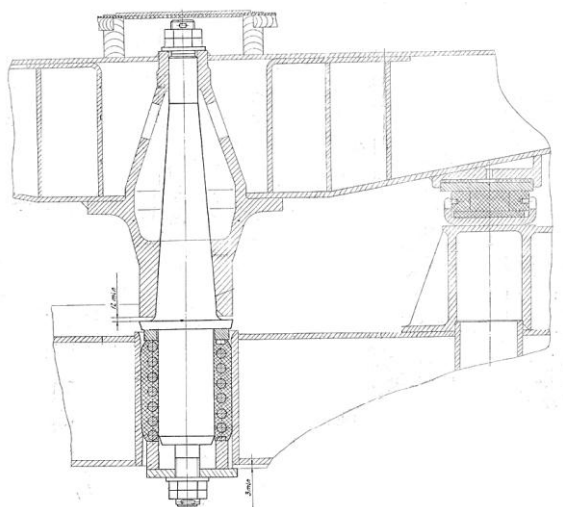


Рисунок 2.7 – Шкворневой узел

Рабочее торможение вагона осуществляется колодочным тормозом. На каждой тележке располагаются рычажная передача и два тормозных цилиндра.

## ***2.2 Создание твердотельной динамической модели автотрисы***

В соответствии с результатами анализа, проведенного в первой главе в качестве метода исследования динамической нагруженности несущей конструкции кузова автотрисы принято твердотельное математическое моделирование. В качестве инструмента для исследований используется программный комплекс моделирования динамики систем тел «Универсальный механизм» [99].

Программный комплекс «Универсальный механизм» (УМ) предназначен для автоматизации процесса исследования механических объектов, которые можно представить в виде системы абсолютно твердых тел, связанных с помощью кинематических и силовых элементов. В комплексе реализованы

методы теоретической и прикладной механики, позволяющие проводить исследования большинства механических моделей, встречающихся на практике [99].

Синтез соотношений кинематики и уравнений движения объекта в программном комплексе производится в символьной форме с использованием специализированного модуля программы. Такой подход к формированию уравнений позволяет уменьшить число операций, связанных с вычислением элементов уравнений при численном моделировании движения. Для более эффективного снижения числа операций используется процедура подстановок в символьных выражениях. Уравнения выводятся либо в нелинейной форме, либо линеаризуются в окрестности стационарного движения.

При моделировании автомотриса представляется в виде системы связанных абсолютно твердых тел, описывающей его пространственные колебания при движении по неровностям пути в скоростном интервале 40-120 км/ч.

Твердотельная динамическая модель автомотрисы генерируется с помощью модуля ввода данных UM Input.

Моделирование движения вагона выполняется в модуле UM Simul и начинается из положения равновесия, расчет которого для нелинейных объектов предусмотрен в программном комплексе. Поскольку модель автомотрисы содержит одинаковые части (две моторные тележки, четыре приводные колесные пары) при ее разработке использован метод подсистем [107]. В этом случае механическая система предварительно разделяется на несколько частей – подсистем – и называется составным объектом. Данный метод особенно эффективен, поскольку подсистемы, используемые при создании модели вагона, кинематически тождественны и имеют совпадающие уравнения движения.

Компьютерная модель автомотрисы состоит из твердотельной модели кузова вагона, соединенного с двумя моделями тележек, представленными в виде подсистем (рисунок 2.8)[108].

Структурная схема компьютерной модели автомотрисы приведена на рисунке 2.9

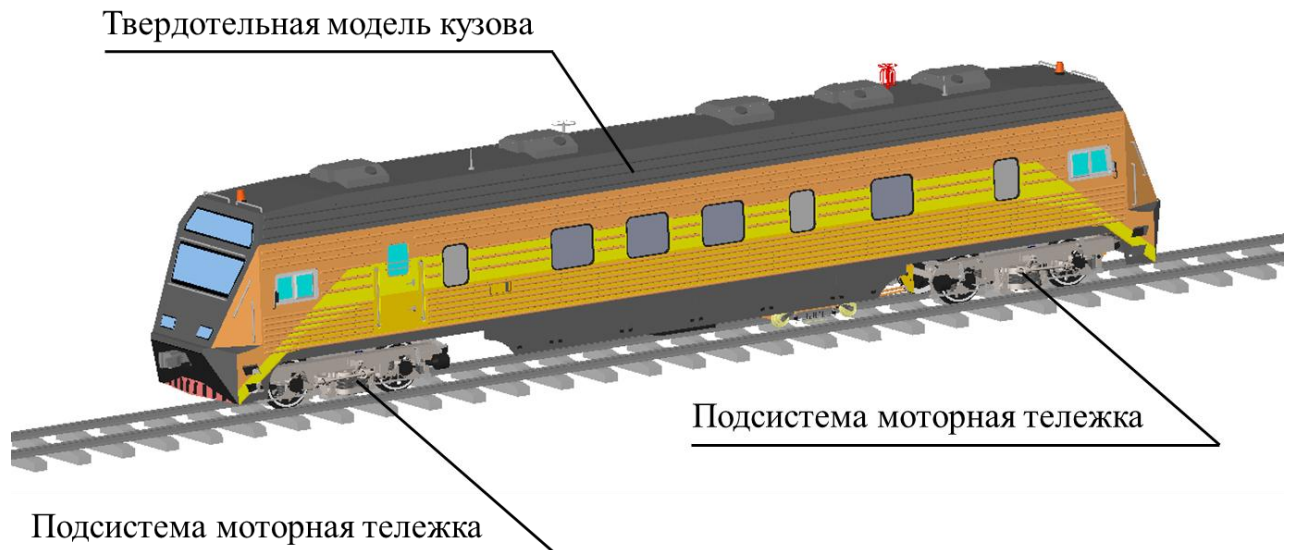


Рисунок 2.8 – Компьютерная модель автомотрисы в среде программного комплекса «Универсальный механизм»

Кузов автомотрисы обладает шестью степенями свободы. Инерционные и геометрические характеристики кузова при расчете взяты для полностью экипированной подвижной единицы и получены на основе детализированной трехмерной модели (рисунок 2.10), включающей в себя элементы внутреннего и навесного оборудования.

Моделирование опирания кузова автомотрисы на скользуны тележки осуществляется посредством силовых контактных элементов 3, 4 (рисунок 2.9) типа точка-плоскость, входящих в стандартный набор элементов программного комплекса.

Силовой элемент соответствует контактным взаимодействиям пары тел, при которых с одним телом связывается набор точек, а с другим - плоскость, определяемая одной точкой и внешней нормалью [99,109].

Если расстояние  $\Delta$  между точкой и плоскостью положительное (нет контакта), то контактные силы равны нулю. При наличии контакта  $\Delta \leq 0$  возникает сила взаимодействия, имеющая две составляющие: нормальную реакцию  $N$ , направленную по нормали к плоскости, и силу трения  $F_f$ , лежащую в контактной плоскости. Для нормальной реакции используется линейная вязкоупругая модель

$$N = -c\Delta - d\dot{\Delta}, \quad (2.1)$$

где  $c$ ,  $d$  - постоянные коэффициенты жесткости и диссипации контактного взаимодействия.

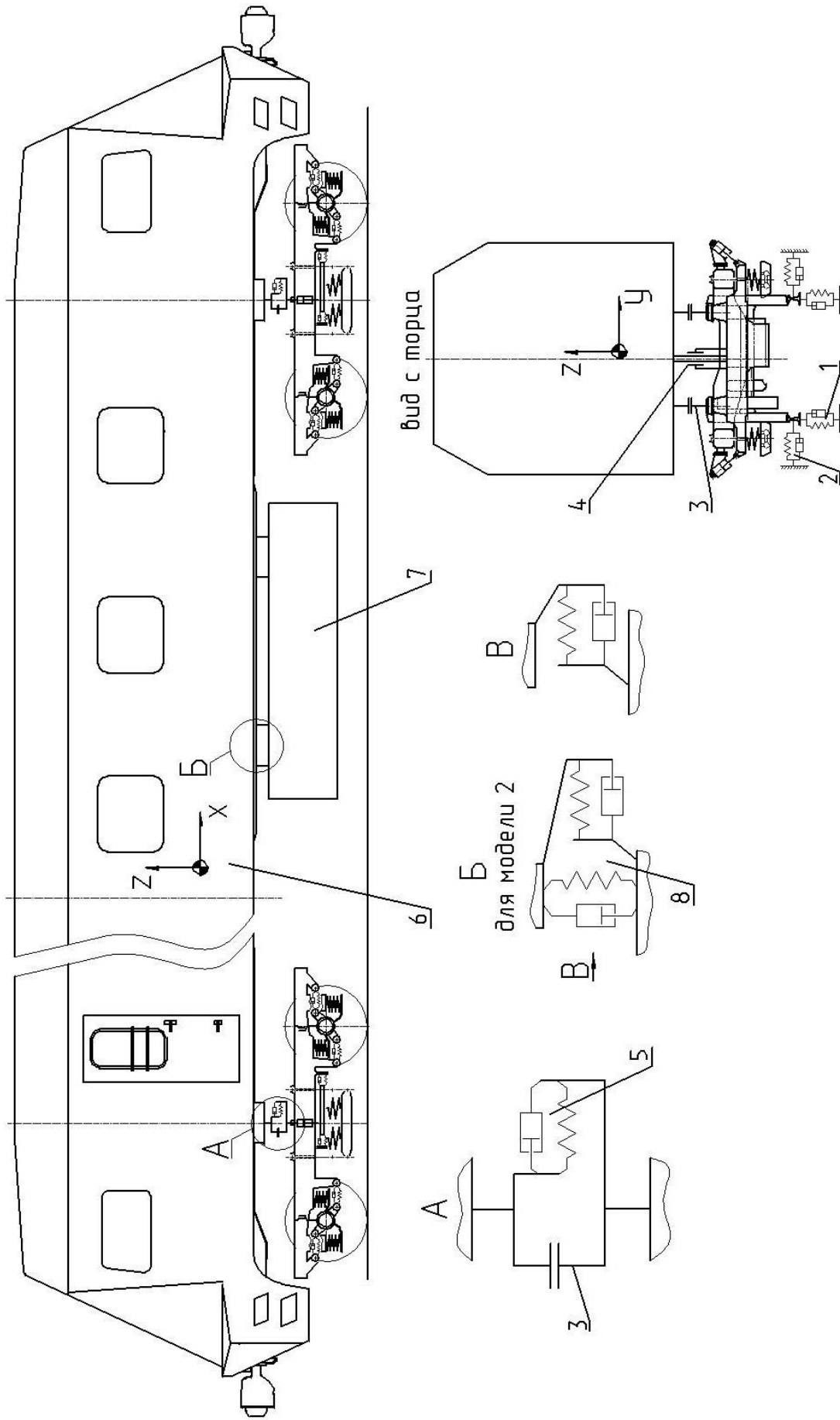


Рисунок 2.9 – Структурная схема компьютерной модели автомотрисы: 1 - упруго-диссипативный элемент, моделирующий упруго-диссипативные характеристики верхнего строения пути в вертикальном направлении; 2 - упруго-диссипативный элемент, моделирующий упруго-диссипативные характеристики верхнего строения пути в горизонтальном направлении; 3 – силовой контактный элемент, моделирующий опирание кузова автомотрисы на скользуны (вид А); 4 –линейный силовой элемент, моделирующий горизонтальных перемещений кузова относительно наддрессорного бруса в пятничковом узле; 5 - нелинейный упруго-диссипативный элемент, описывающего работу резинового амортизатора шкворня (вид А); 6 – кузов автомотрисы в виде абсолютно твердого тела; 7 – абсолютно твердое тело, моделирующее силовую установку; 8 - упруго-диссипативные элементы, моделирующие характеристики опор силовой установки (вид Б,В)

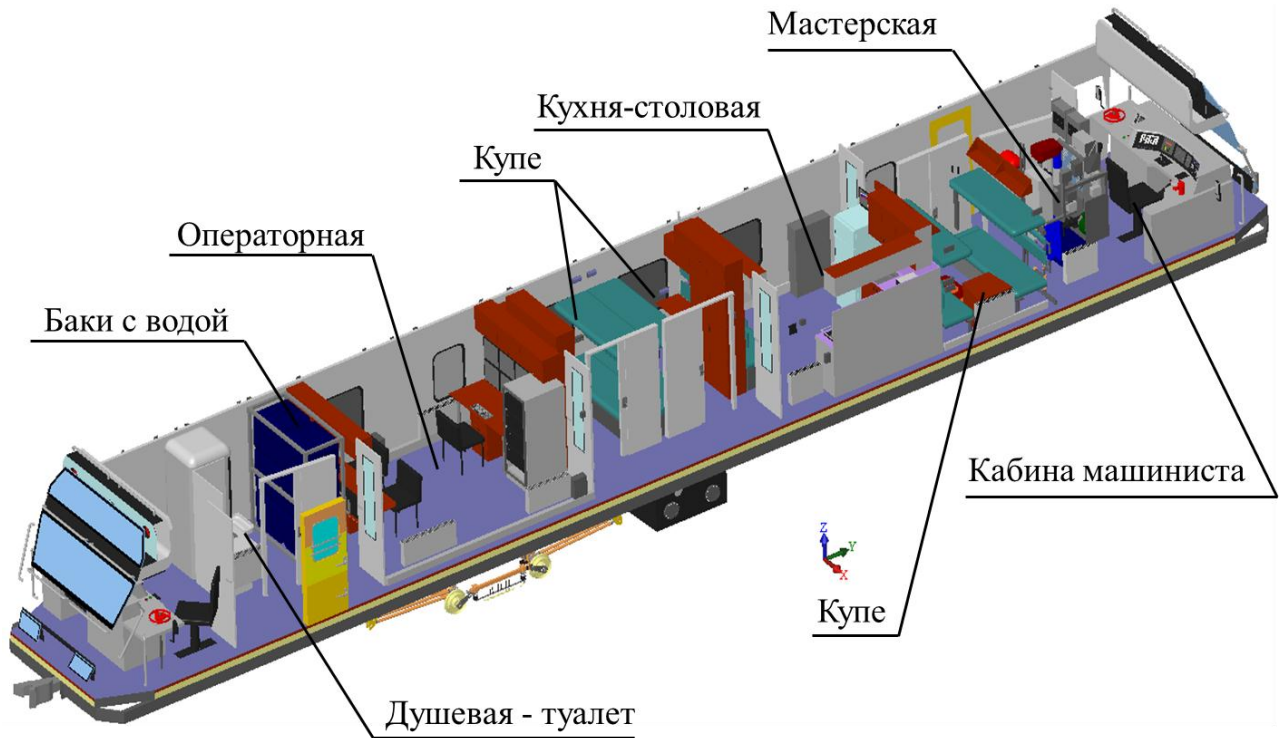


Рисунок 2.10 – Детализированная трехмерная модель автомотрисы

Математическая модель силы трения в режиме скольжения имеет следующий вид

$$F_f = -f N \frac{v_s}{\|v_s\|}, \quad (2.2)$$

где  $v_s$  - вектор скорости скольжения;  $f$  – коэффициент трения скольжения.

В случае изменения направления вектора скорости скольжения на противоположное реализуется режим сцепления, математическая модель которого имеет вид

$$F_f = F_g - c(r_g - r_{g0}) - d \times v_s, \quad (2.3)$$

где  $F_g$  - значение вектора силы трения, зафиксированное при переходе от режима скольжения к режиму сцепления;  $r_g, r_{g0}$  - начальное и текущее значения вектора, соединяющего точку, описывающую безграничную плоскость, и проекцию на контактную плоскость точки, которая описывает контактируемое тело.

Взаимодействие кузова автомотрисы с наддресорной балкой тележки через шкворень с установленным на нем амортизатором описывается

введением в горизонтальном направлении между твердыми телами, моделирующими кузов и надрессорную балку, нелинейного упруго-диссипативного элемента 5 (рисунок 2.9), описывающего работу резинового амортизатора.

Компьютерная модель подсистемы «моторная тележка» представляет собой систему абсолютно твердых тел, связанных силовыми элементами и шарнирами (рисунок 2.11).

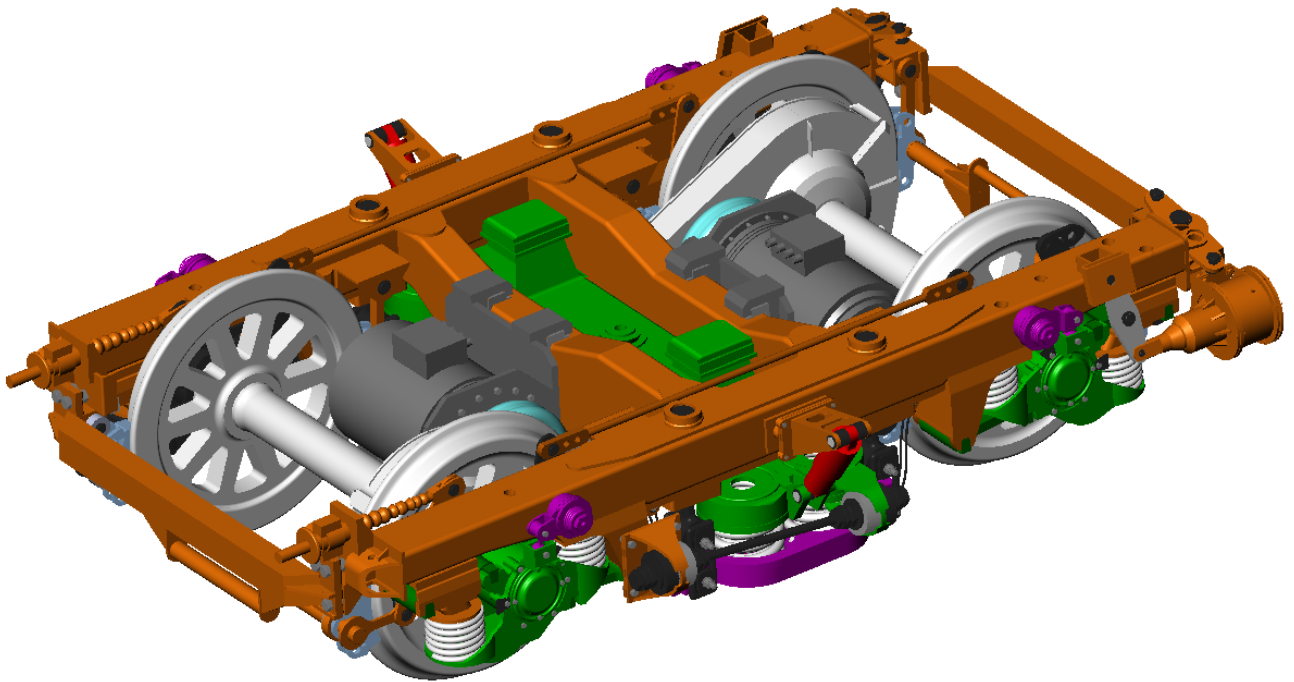


Рисунок 2.11 – Компьютерная модель подсистемы «моторная тележка»

Структурная схема компьютерной модели подсистемы «моторная тележка» приведена на рисунке 2.12.

Связь абсолютно твердых тел надрессорный брус 10 (рисунок 2.12) и поддоны центральной ступени подвешивания 11 тележки моделируется силовыми упругими элементами 1, описывающими работу трехрядных пружины центральной ступени подвешивания.

Связь надрессорного бруса с рамой тележки через гидравлические гасители колебаний центральной ступени подвешивания описывается введением диссипативных линейных биполярных силовых элементов 2. Они соединяют две фиксированные точки, принадлежащие двум разным телам.



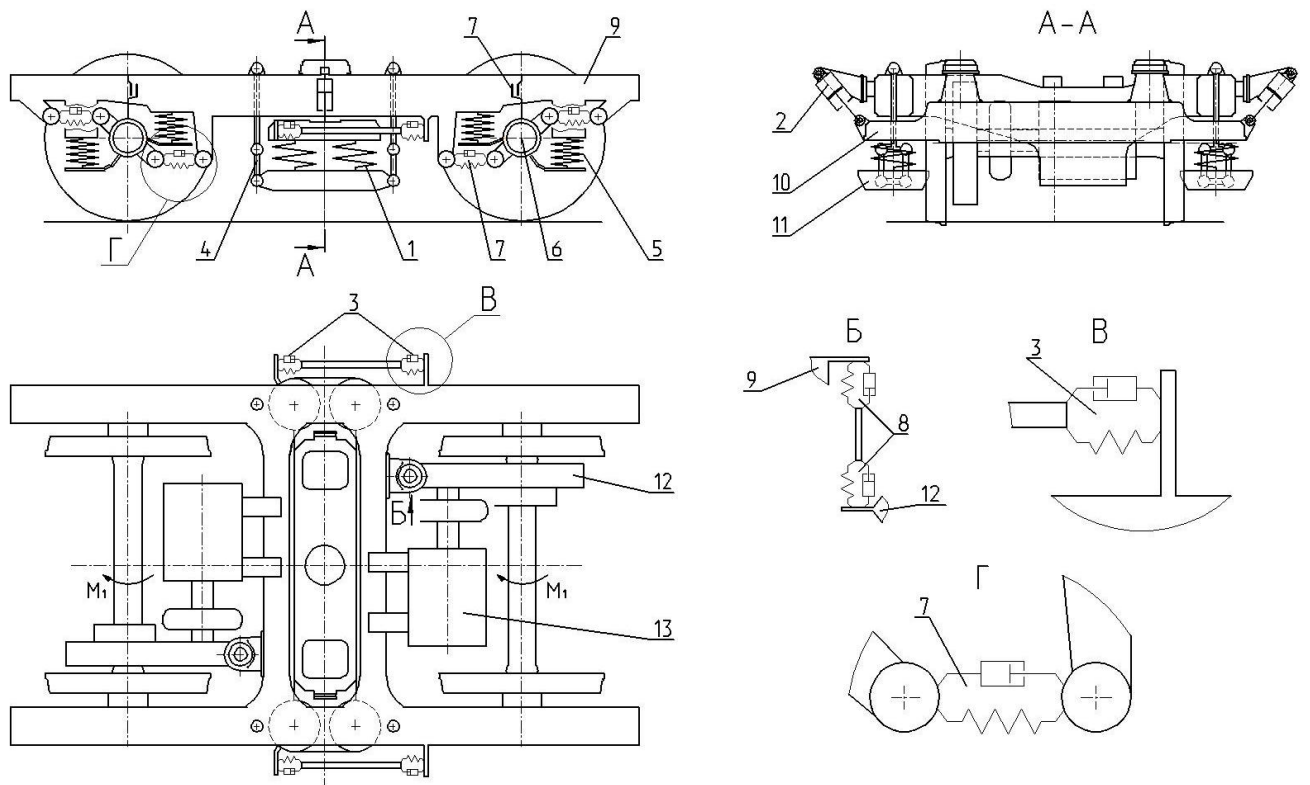


Рисунок 2.12 – Структурная схема компьютерной модели подсистемы «моторная тележка»: 1 – линейный силовой элемент, моделирующий пружины центрального подвешивания; 2 – диссипативный линейный биполярный силовой элемент, моделирующий вертикальный гаситель колебаний центрального подвешивания; 3 – упруго-диссипативные элементы, моделирующие резинометаллические блоки продольного поводка центрального подвешивания (вид В); 4 – совокупность твердых тел, соединенных вращательными шарнирами, моделирующая маятниковые подвески; 5 – линейный силовой элемент, моделирующий пружины буксового подвешивания; 6 – вращательный шарнир, моделирующий буксу; 7 – нелинейные упруго-диссипативными силовые элементы, моделирующие упруго-диссипативные свойства резинометаллических блоков буксовых поводков (вид Г); 8 - нелинейные упруго-диссипативные силовые элементы, моделирующие амортизаторы подвески редуктора (вид Б); 9 – абсолютно твердое тело, моделирующее раму тележки (вид Б); 10 – абсолютно твердое тело, моделирующее надрессорный брус; 11 – абсолютно твердое тело, моделирующее поддон центральной ступени подвешивания; 12 – абсолютно твердое тело, моделирующее редуктор (вид Б); 13 – абсолютно твердое тело, моделирующее электродвигатель; 14 – фрикционный силовой элемент, описывающий работу дискового гасителя буксовой ступени подвешивания тележки.

Силовая характеристика элемента имеет вид

$$F = -\beta v, \quad (2.5)$$

где  $\beta$  - параметр гидравлического гасителя;  $v$  – скорость относительного смещения точек крепления элемента к телам.

В качестве исходных данных, описывающих свойства элемента, в программный комплекс вводятся координаты точек крепления элемента к телам и параметр гидравлического гасителя  $\beta$ .

Поддон центральной ступени подвешивания 11 с помощью вращательных шарниров соединен с абсолютно твердыми телами, моделирующими элементы маятниковой подвески. Подвески 4 вращательными шарнирами соединены с соответствующими узлами абсолютно твердого тела 9, моделирующего раму тележки с установленным на нее тормозным и навесным оборудованием.

Поводки центральной ступени подвешивания и подвески редуктора моделируются абсолютно твердыми телами. Взаимодействие поводков центральной ступени подвешивания и редуктора с рамой тележки и надрессорным брусом через резинометаллические упругие элементы учитывается в модели введением нелинейных упруго-диссипативных элементов 3, 8.

Связь рамы с буксами осуществляется через двухрядные пружины, смоделированными линейными силовыми элементами 5.

Буксовые поводки представляются абсолютно твердыми телами с реальными инерционными характеристиками. Взаимодействие поводков с кронштейнами рамы и буксы тележки моделируется нелинейными упруго-диссипативными силовыми элементами 7, описывающими работу резинометаллических блоков.

Дисковый фрикционный гаситель колебаний буксовой ступени подвешивания представляет собой совокупность абсолютно твердых тел моделирующих диски гасителя и тягу соединенных между собой вращательными шарнирами и фрикционным силовым элементом 14. Полный момент трения с учетом количества подвижных дисков определяется в соответствии с [90]:

$$M = \frac{2nQ\mu(D^3 - d^3)}{3(D^2 - d^2)}, \quad (2.6)$$

где  $Q$  – усилие прижатия дисков (затяжка пружины),  $D$  – наружный диаметр кольца,  $d$  – внутренний диаметр кольца,  $n$  – число подвижных дисков,  $\mu$  – коэффициент трения.

Буксы моделируются абсолютно твердыми телами 6 с реальными инерционными и геометрическими характеристиками, имеющими одну вращательную степень свободы относительно колесных пар.

Колесная пара включается в динамическую модель вагона в виде абсолютно твердого тела, обладающего шестью степенями свободы. Профиль колеса по кругу катания принимается соответствующий новому (не изношенному) колесу. Геометрические размеры профиля приняты в соответствии с ГОСТ 11018-2011.

С колесной парой через вращательный шарнир соединен редуктор, представленный в модели в виде абсолютно твердого тела 12.

Электродвигатель представляется в модели абсолютно твердым телом 13, соединенным с рамой тележки.

С электродвигателем через вращательный шарнир соединен вал с муфтой, представляющий собой абсолютно твердое тело. Также вал вращательным шарниром соединен с редуктором.

Жесткостные свойства пружин центральной и буксовой ступени подвешивания определялись на основе методики [110] разработанной Василевским В.В. и реализованной в виде расчетной программы.

Инерционные параметры элементов модели, определялись на основе их детализированных трехмерных моделей. Параметры упруго-диссипативных элементов, используемых в модели, принимались на основе данных натуральных экспериментов, проведенных ЗАО НО «Тверской институт вагоностроения».

В исследовании динамических характеристик автотрисы использованы два варианта компьютерной модели. В первом варианте (модель 1) силовая установка автотрисы MTU Power Pack является частью абсолютно твердого тела, моделирующего кузов вагона. Во втором варианте (модель 2) силовая установка

представляется в виде отдельного абсолютно твердого тела 7 (рисунок 2.9) с реальными геометрическими и инерционными характеристиками. Установка связана с кузовом автомотрисы через специальные упруго-диссипативные элементы, моделирующие характеристики ее опор. На рисунке 2.13 представлена трехмерная компьютерная модель силовой установки, используемая для уточненного определения ее инерциальных характеристик.

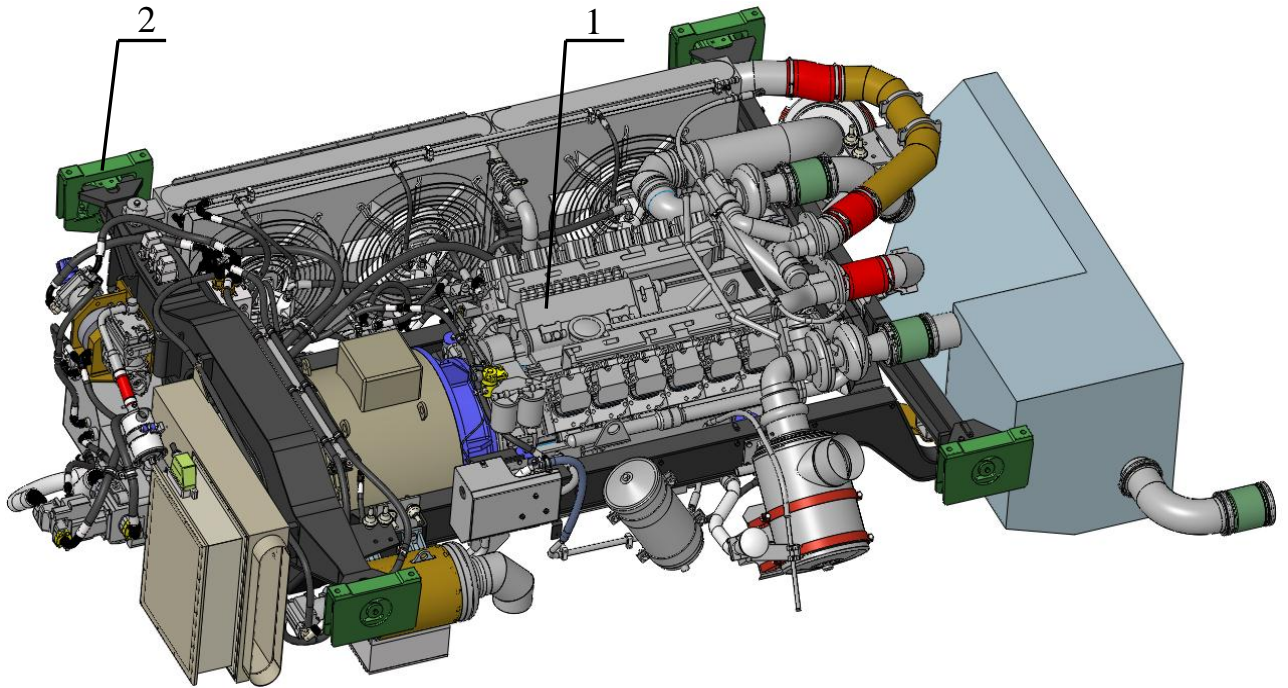


Рисунок 2.13 – Трехмерная компьютерная модель силовой установки:  
1 – силовая установка (абсолютно твердое тело); 2 - резинометаллические опоры (упруго-диссипативные линейные силовые элементы)

При моделировании движения автомотрисы упруго-диссипативные характеристики верхнего строения пути принимаются в соответствии с рекомендациями работы [111] для летнего периода при хорошем состоянии пути и рельсов типа Р65 (исполнение I) ГОСТ 8161-75 длиной 25 м, уложенных на железобетонные шпалы.

При движении тяговое усилие моделировалось с помощью специальных сил в соответствии с тяговыми характеристиками автомотрисы, представленными в [112] (рисунок 2.14). Максимальная сила тяги при токе 340 А составляет 2700 кГс и реализуется в диапазоне скоростей от 0 до 40 км/ч. С увеличением скорости

происходит уменьшение тока и снижение силы тяги до 1250 кГс на полном поле (ПП). При достижении напряжения на выходе тиристорного преобразователя 750 В (375 В на двигателе) и снижении тока до 220 А, происходит включение первой ступени ослабления поля (ОП) на скоростях 80 – 81 км/ч. При дальнейшем увеличении скорости и достижении напряжения на двигателе 375 В включается вторая ступень ослабления поля на скорости 92 км/ч. Сила тяги составляет 1050 кГс при 92 км/ч и снижается до 880 кГс при 100 км/ч.

Тяговое усилие прикладывалось в виде четырех крутящих моментов, действующих на соответствующие оси динамической модели автотрисы.

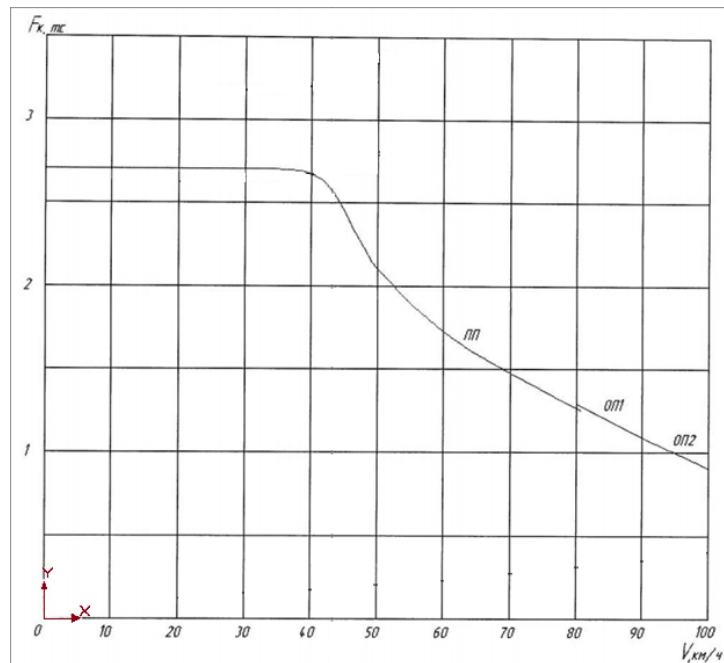


Рисунок 2.14 – Тяговая характеристика автотрисы с электродвигателями ДК120АМ

При моделировании движения автотрисы силы сопротивления движению учитывались в соответствии с рекомендациями, приведенными в [111, 113].

Полная сила сопротивления движению автотрисы определяется по формуле [111]

$$W_k' = (\omega_0' + \omega_i' + \omega_r' + \omega_t') \times M_a \times g, \quad (2.7)$$

где  $\omega_0'$  - основное удельное сопротивление автотрисы;  
 $\omega_i'$ ,  $\omega_r'$ ,  $\omega_t'$  - дополнительные удельные силы сопротивления автотрисы от

уклона, кривых и метеорологических условий соответственно;  $M_a$  – масса автомотрисы.

Определение основного удельного сопротивления движению (кГс/т) подвижного состава производится по зависимостям, приведенным в [113] и основанным на результатах экспериментальных исследований, проведенных в среднеэксплуатационных условиях при температуре наружного воздуха в диапазоне от  $-10$  до  $+20$  °С на скоростях ветра, не превышающих 5 м/с.

Для автомотрисы, движущейся в режиме тяги по звеньевому пути основное удельное сопротивление движению  $\omega_0'$  определяется по формуле [113]

$$\omega_0' = 1,9 + 0,01v + 0,0003v^2, \quad (2.8)$$

где  $v$  – скорость движения автомотрисы.

Для автомотрисы, движущейся в холостом режиме, основное удельное сопротивление движению  $\omega_x'$  определяется по зависимости [113]

$$\omega_x' = 2,4 + 0,011v + 0,00035v^2 \quad (2.9)$$

Дополнительная удельная сила сопротивления движению автомотрисы от уклона (подъема/спуска) численно принимается равным значению промилле (‰)

$$\omega_i' = \pm i \quad (2.10)$$

Знак плюс принимается при подъеме, минус – при спуске.

Так как исследуемый объект не является поездом и длина его много меньше длины кривой, то дополнительное удельное сопротивление движению от кривой  $\omega_r'$  принимаем равным нулю.

При определении дополнительного удельного сопротивления движению подвижному составу, связанного с атмосферными условиями  $\omega_i''$  учитываются два фактора повышение плотности воздуха и соответствующее увеличение воздушного сопротивления подвижного состава вследствие низких температур, а также дополнительное удельное сопротивление движению, вызванное действием встречного или бокового ветра.

В соответствии с Правилами тяговых расчетов для поездной работы (ПТР) [114] дают усредненные нормативы повышения сопротивления движению грузовых и пассажирских поездов при температуре наружного воздуха ниже

– 25° С. Поскольку в работе рассматриваются движения состава в температурном диапазоне от – 10 до + 20 °С увеличение воздушного сопротивления подвижного состава вследствие низких температур не учитывается.

Дополнительное удельное сопротивление движению, вызванное действием встречного или бокового ветра, учитывают коэффициентом  $K_v$  в зависимости от скорости движения. Для определения удельного сопротивления движению автотомотрисы вызванного действием встречного или бокового ветра значения  $\omega_0'$  и  $\omega_0$  умножаются на коэффициент  $K_v$ . Величина коэффициента  $K_v$  принимается в соответствии с таблице 2.3 для скорости ветра 10 м/с.

Таблица 2.3

Зависимость коэффициента  $K_v$  от скорости движения автотомотрисы при скорости ветра 10 м/с

Скорость ветра, м/с	Скорость, км/ч						
	10	20	40	60	80	100	120
10	1,31	1,28	1,24	1,20	1,16	1,14	1,12

При трогании автотомотрисы с места и наборе ей скорости с 0 до 3 км/ч удельное основное сопротивление  $\omega_{0н}''$  определяется по формуле из [111]

$$\omega_{0н}'' = \omega_0'' \times 42 / (29 + s), \quad (2.11)$$

где  $s$  – путь, пройденный автотомотрисой с момента начала движения.

Полученные усилия сопротивления движению вагона прикладывались соответственно к центрам тяжести колесных пар и кузова автотомотрисы.

### 2.3 Формирование расчетных неровностей пути

Моделирование движения автотомотрисы рассматривается с учетом микронеровностей пути в вертикальном и горизонтальном направлениях. Формирование случайных неровностей пути производится на основании функции спектральной плотности эквивалентной расчетной неровности, определяемой для скоростей движения от 40 до 120 км/ч по методике, приведенной в РД 32.68-96 [115].

В соответствии с [115] для диапазона частот от 0 до 10 Гц функция спектральной плотности эквивалентной расчетной неровности может быть определена по аналитическому выражению

$$\bar{G}_\eta(f) = \frac{b_i V^{\gamma_i - 1}}{f^{\gamma_i}} + \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \sum_{j=1}^m \frac{a_j}{\alpha_j V} \exp\left[-\frac{(f - \beta_j V)^2}{4\alpha_j^2 V^2}\right], \quad (2.12)$$

где  $b_i, \gamma_i, a_j, \alpha_j, \beta_j$  - параметры, определяемые из условия достаточной точности аппроксимации экспериментальных кривых, принимаются в соответствии с таблицей 2.4;  $V$  - скорость движения вагона, м/с;  $f$  - частота возмущений.

Значение индекса  $i$  принимается в зависимости от отношения частоты  $f$  к значениям:

$$f_1 = \exp\left(\frac{\ln b_1 - \ln b_2}{\gamma_1 - \gamma_2} + \ln V\right); \quad (2.13)$$

$$f_2 = \exp\left(\frac{\ln b_2 - \ln b_3}{\gamma_2 - \gamma_3} + \ln V\right). \quad (2.14)$$

При  $f \leq f_1 - i=1$ ; при  $f_1 \leq f \leq f_2 - i=2$ ; при  $f \geq f_2 - i=3$ .

Учет разброса оценок спектральных плотностей пространственных возмущений с учетом изменчивости состояния пути осуществляется выражением

$$G_\eta(f) = \bar{G}_\eta(f) \times (1 + u_p \times v_s)^2, \quad (2.15)$$

где  $u_p$  - квантиль, соответствующая вероятности  $P$  для нормального закона распределения, принимается равным  $u_p=1,645$ ;  $v_s$  - коэффициент вариации среднего квадратического отклонения эквивалентной неровности, принимается в соответствии с таблицей 2.4.

Дискретная реализация случайного процесса с заданной функцией спектральной плотности формируется по зависимости, приведенной в работе [116]

$$U(t) = \sum_{k=1}^N A_k \cos(\omega_k t + \phi_k), \quad (2.16)$$

$$A_k = \sqrt{2S_k \times \Delta f}; \quad (2.17)$$



$$\omega_k = 2\pi \times k \times \Delta f, \quad (2.18)$$

где  $\Delta f$  – шаг дискретизации частоты;  $S_k$  – значение спектральной плотности  $G_\eta(f)$  при частоте  $f_k = k \times \Delta f$ ;  $\phi_k$  – случайная величина с плотностью вероятности  $p(\phi_k) = (2\pi)^{-1}$ .

Значение случайной величины  $\phi_k$  определяется по формуле

$$\phi_k = k + 2\pi \times \text{rnd}(1), \quad (2.19)$$

где  $\text{rnd}(1)$  - случайное число, равномерно распределенное на отрезке от 0 до 1, полученное с использованием программного датчика случайных чисел.

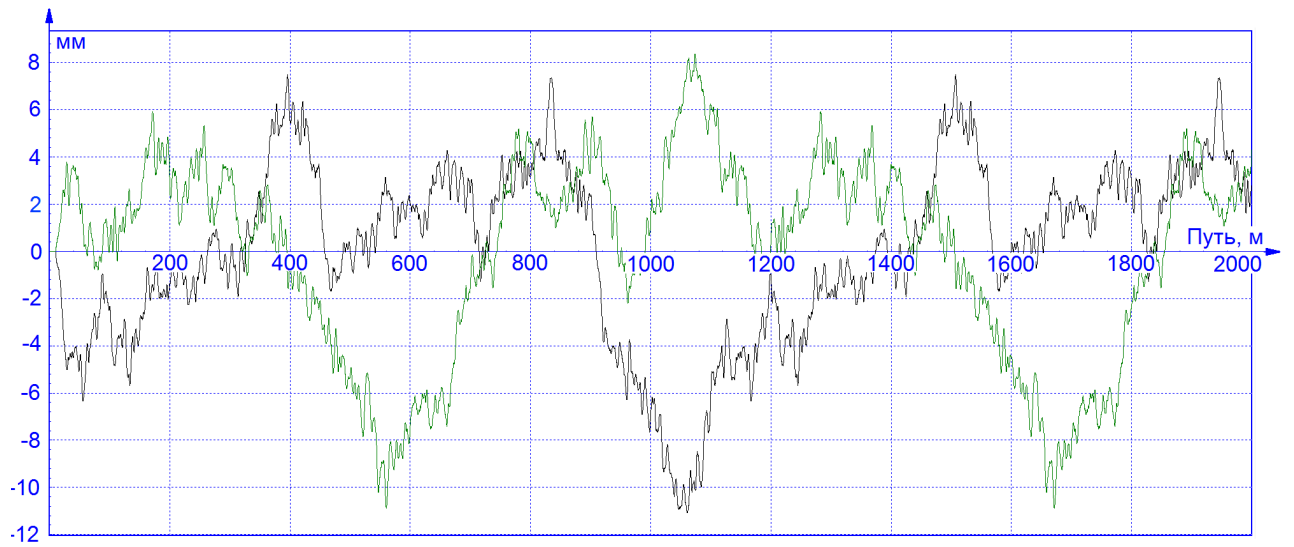
При формировании неровностей шаг дискретизации частоты принимался равным  $\Delta f = 0,01$  Гц. При этом количество точек в реализации  $N$  составило  $N = 10^3$ .

Таблица 2.4

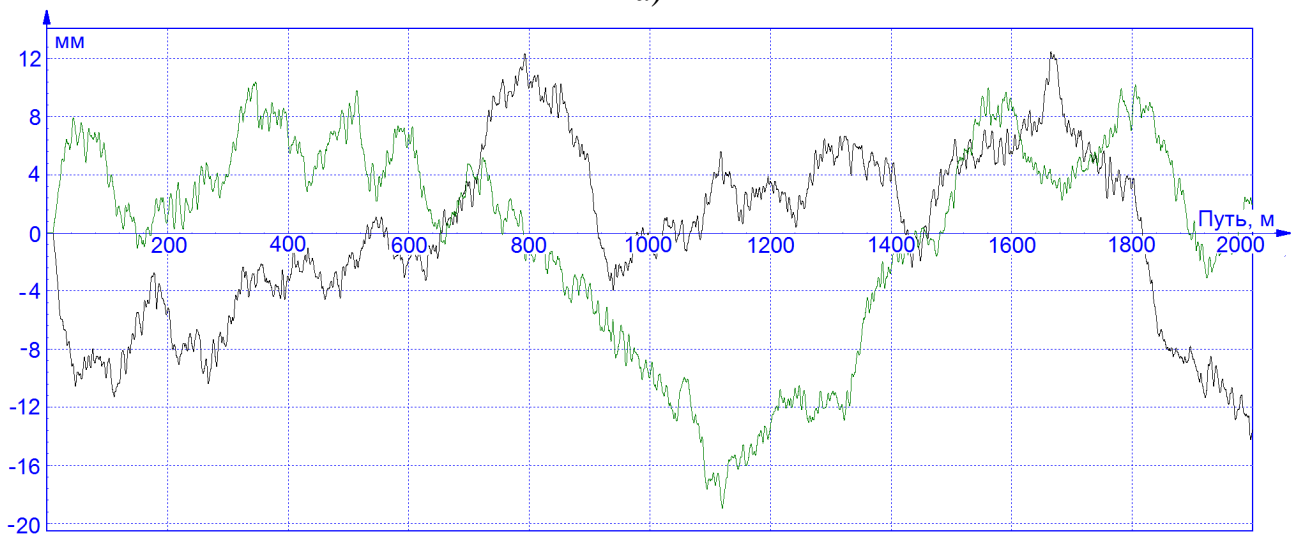
Значения параметров аналитического выражения (2.12) для моделирования пространственного возмущения в диапазоне частот 0 – 10 Гц

Параметры моделирования возмущений	для	Вертикальное направление	Горизонтальное направление
$b_1$		0,0013	0,0674
$b_2$		1,9939	-
$b_3$		0,0082	-
$\gamma_1$		3,2482	2,177
$\gamma_2$		1,2659	-
$\gamma_3$		3,5164	-
$a_1, \text{мм}^2$		0,4022	0,211
$a_2, \text{мм}^2$		0,9412	0,253
$a_3, \text{мм}^2$		0,1285	0,036
$a_4, \text{мм}^2$		0,1423	0,021
$\beta_1, \text{м}^{-1}$		0,0412	0,041
$\beta_2, \text{м}^{-1}$		0,0806	0,080
$\beta_3, \text{м}^{-1}$		0,1216	0,120
$\beta_4, \text{м}^{-1}$		0,1603	0,160
$\alpha_1, \text{м}^{-1}$		0,0013	0,0027
$\alpha_2, \text{м}^{-1}$		0,0012	0,0032
$\alpha_3, \text{м}^{-1}$		0,0012	0,003
$\alpha_4, \text{м}^{-1}$		0,0017	0,0031
$v_s$		0,1478	0,1478

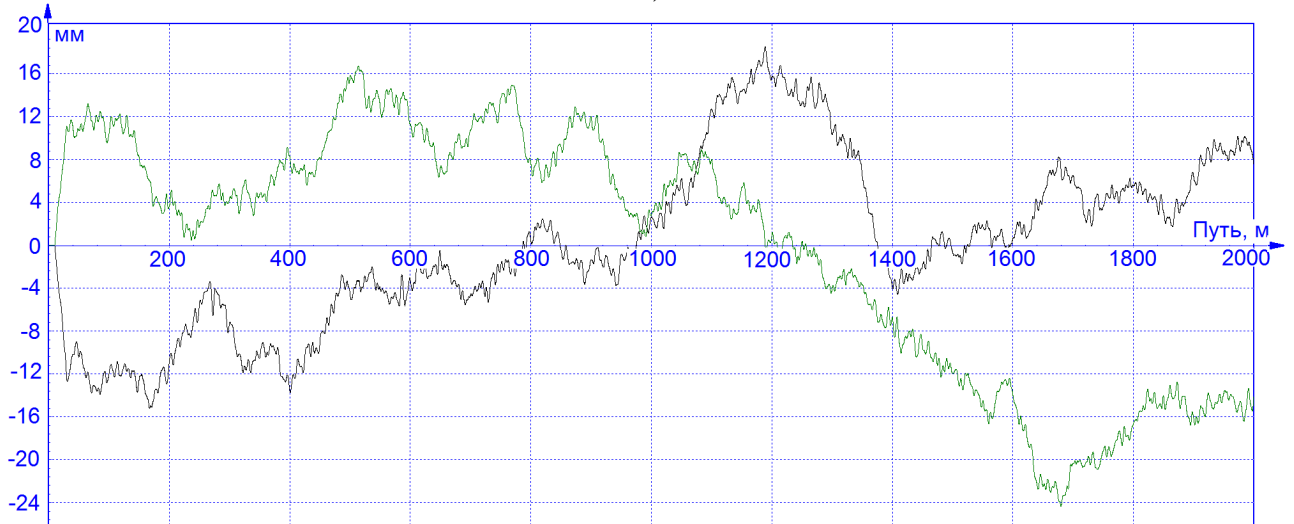
В качестве примера на рисунках 2.15 – 2.16 сформированы по приведенной методике неровности пути правого и левого рельса в вертикальной и горизонтальной плоскости для скоростей 40, 80, 120 км/ч.



а)



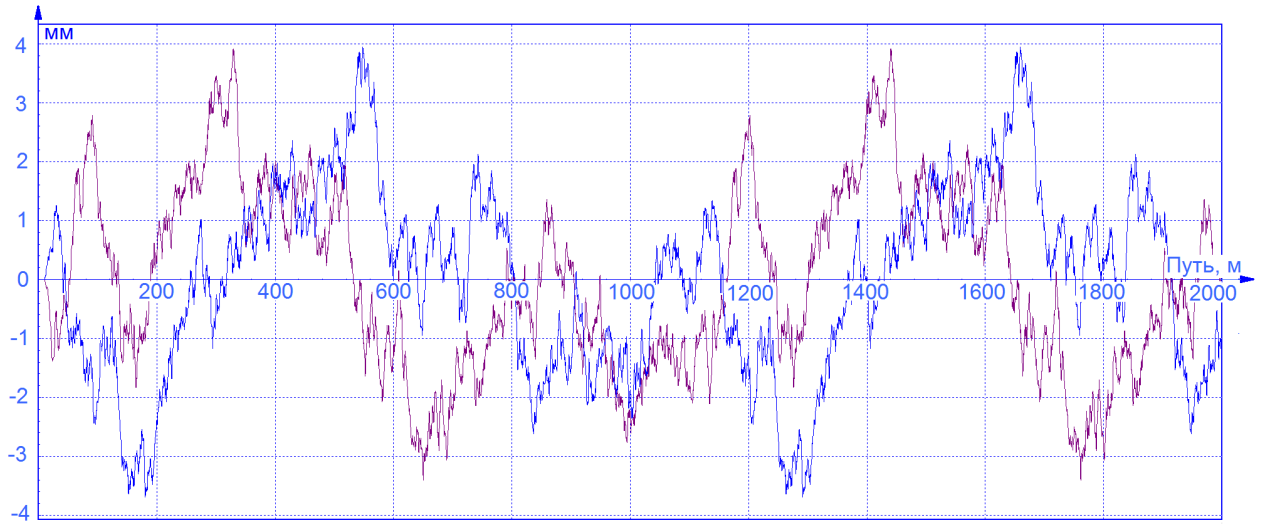
б)



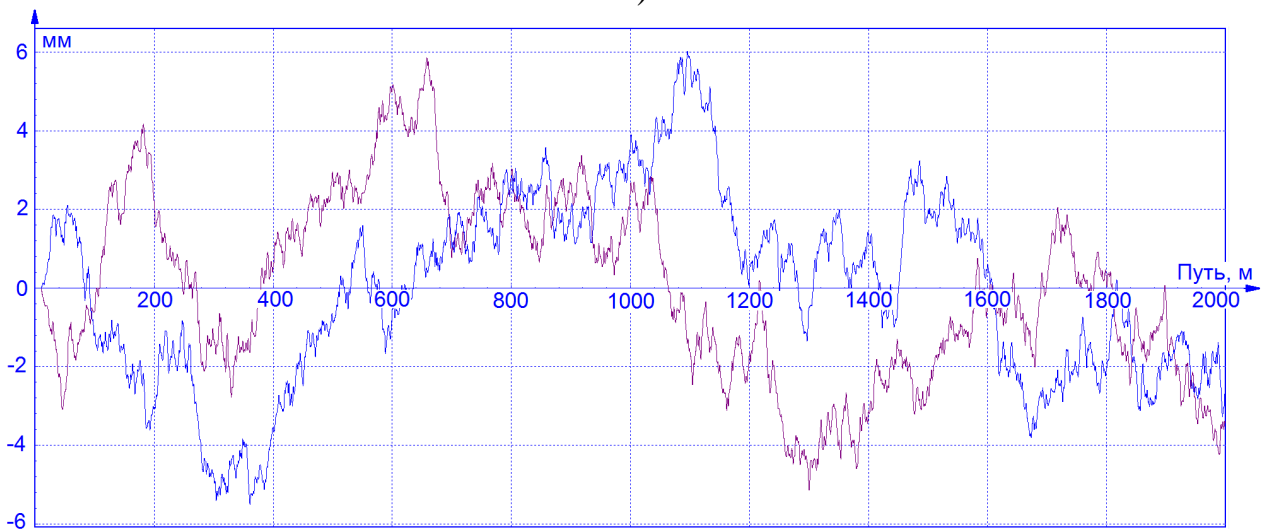
в)

— левый рельс; — правый рельс.

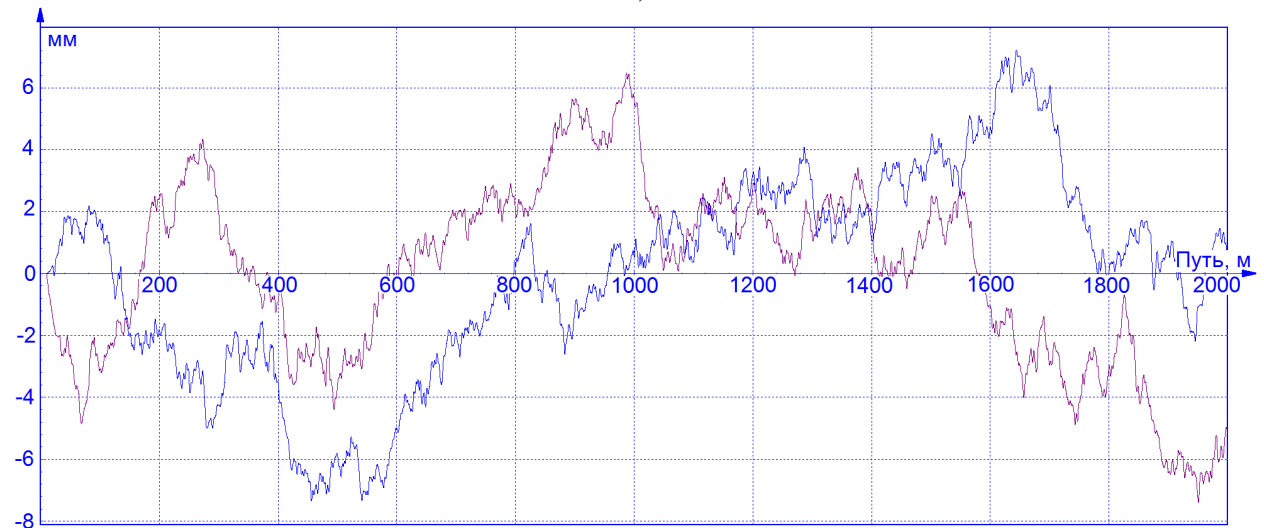
Рисунок 2.15 – Вертикальные неровности пути для скоростей: а – 40 км/ч, б – 80 км/ч,  
в – 120 км/ч.



а)



б)



в)

— левый рельс; — правый рельс.

Рисунок 2.16 – Горизонтальные неровности пути для скоростей: а – 40 км/ч,

б – 80 км/ч, в – 120 км/ч.

Макрогеометрия кривых участков пути в плане определяется исходя из скорости прохождения кривой. Значения радиусов кривых, рассматриваемых при моделировании, принимались в соответствии с планом железнодорожного пути скоростного испытательного полигона г. Белореченск. Параметры кривых определены в соответствии с рекомендациями [117] и приведены в таблице 2.5.

Таблица 2.5

Параметры расчетных кривых

№ п/п	Параметр	Радиус кривой, м				
		350	350	350	500	650
1	Длина прямого участка, м	20	20	20	20	20
2	Длина переходной кривой, м	120	120	120	130	150
4	Длина основной кривой, м	500	500	500	600	700
5	Возвышение наружной рельсовой нити над внутренней, не более, мм	150	150	150	150	150
6	Длина выхода из кривой, м	120	120	120	130	150
7	Общая длина расчетной кривой, м	740	740	740	860	1000
8	Скорость прохождения кривой, км/ч	40	60	80	100	120

Дополнительно рассматривалось противошерстное прохождение автотрисой стрелочного перевода с крестовиной марки 1/11.

**2.4 Оценка адекватности разработанных динамических моделей  
автотрисы**

Оценка адекватности разработанной твердотельной модели движения автотрисы выполнена на основе данных натуральных поездных испытаний, проведенных испытательным центром ЗАО НО «ТИВ» на скоростном испытательном полигоне г. Белореченск.

Рассматривалось движение автотрисы по прямому участку пути и в кривых в диапазоне скоростей от 40 до 120 км/ч.

При оценке адекватности сопоставлялись вертикальные и горизонтальные ускорения кузова в пятниковой зоне, расположенной ближе к месту монтажа силовой установки автотрисы. Также сравнивались рамные силы, коэффициенты вертикальной динамики центральной ступени подвешивания тележки той же части автотрисы.

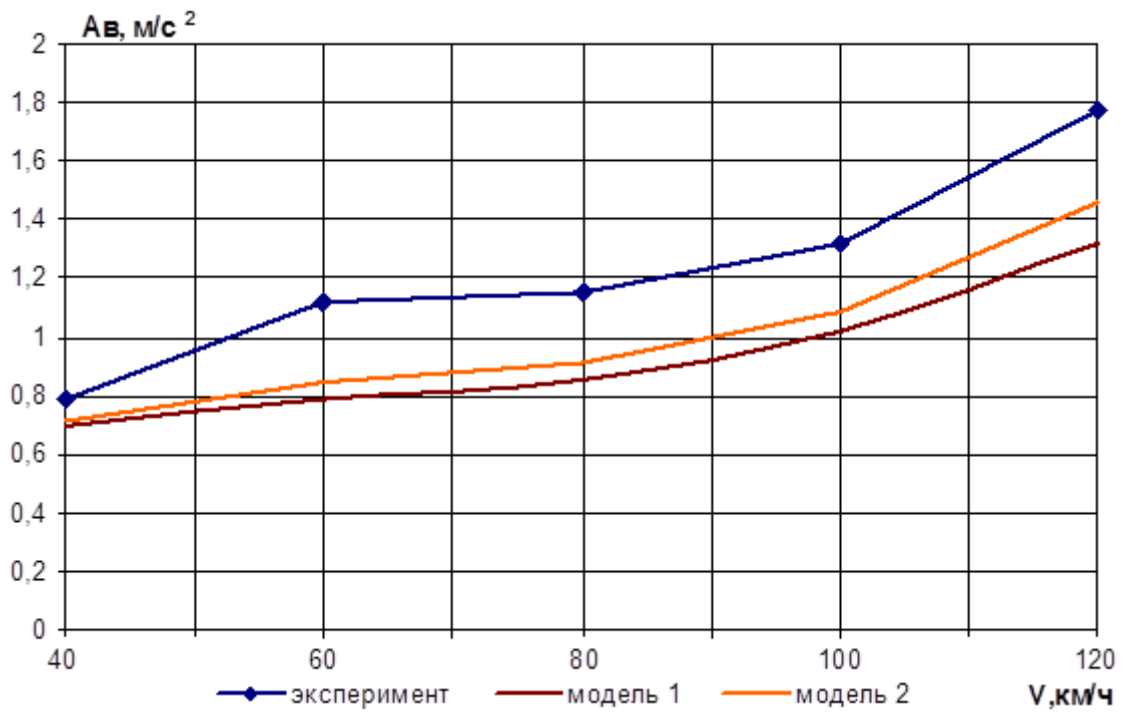
Расчетные значения коэффициентов вертикальной динамики центральной ступени подвешивания тележки определялись по величинам полученных динамических прогибов рессор. Регистрация процессов производилась с помощью измерительных усилителей Spider 8 (производства фирмы НВМ) и ПЭВМ. Обработка результатов испытаний проводилась в соответствии с рекомендациями РД 24.050.37.

Результаты сопоставления динамических показателей подвижной единицы, полученные экспериментальным и расчетным путем, представлены в виде графиков зависимостей вертикальных ускорений кузова (рисунок 2.17), горизонтальных ускорений кузова (рисунок 2.18), коэффициента вертикальной динамики (рисунок 2.19), рамных сил (рисунок 2.20) от скорости движения вагона по прямому участку пути и в кривых по п. 2.3 диссертации.

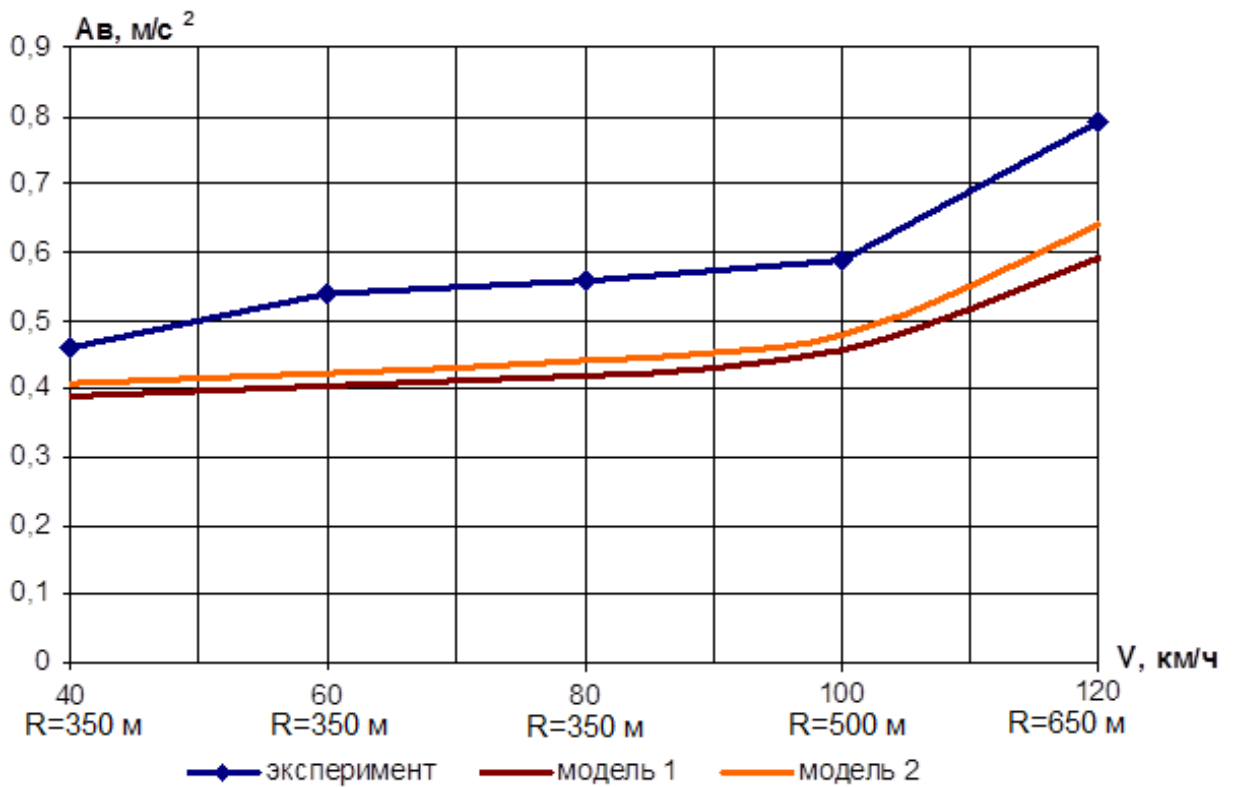
Анализируя динамические показатели автотрисы «Север», полученные при моделировании с использованием двух вариантов компьютерных моделей и экспериментально при ходовых испытаниях, можно сделать следующие выводы:

а) при движении по прямому участку пути:

- вертикальные ускорения кузова, полученные с использованием модели 1 на 32% , с использованием модели 2 на 27 % ниже экспериментальных;
- горизонтальные (поперечные) ускорения кузова, полученные с использованием модели 1 на 23%, с использованием модели 2 на 18% ниже экспериментальных;
- коэффициенты вертикальной динамики для модели 1 на 29%, для модели 2 на 23% ниже экспериментальных;
- рамные силы для модели 1 на 31%, для модели 2 на 28% выше экспериментальных.

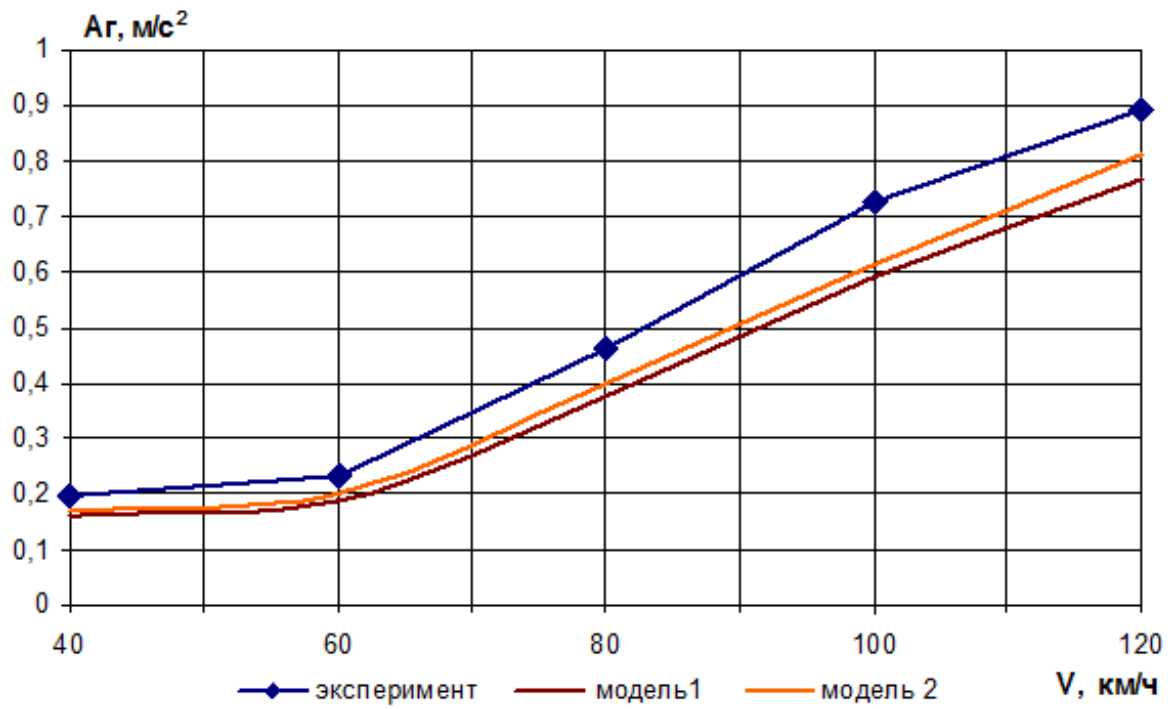


а)

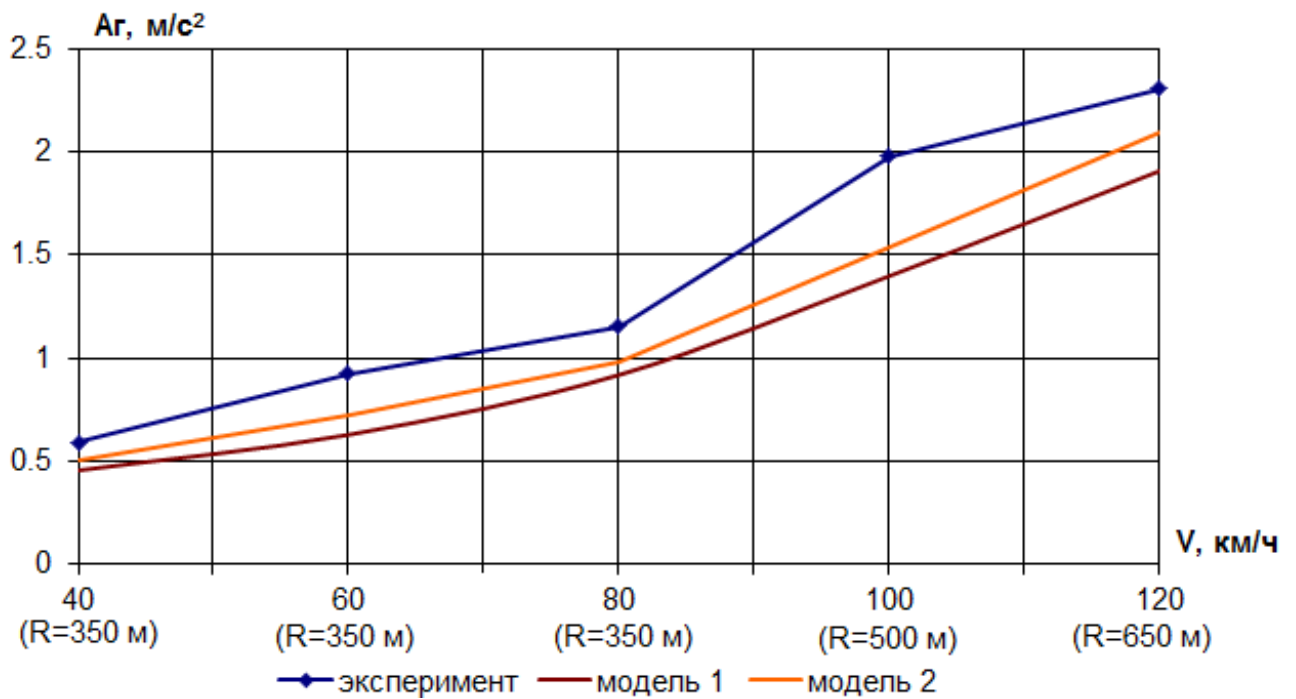


б)

Рисунок 2.17 – Зависимость вертикальных ускорений кузова от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых

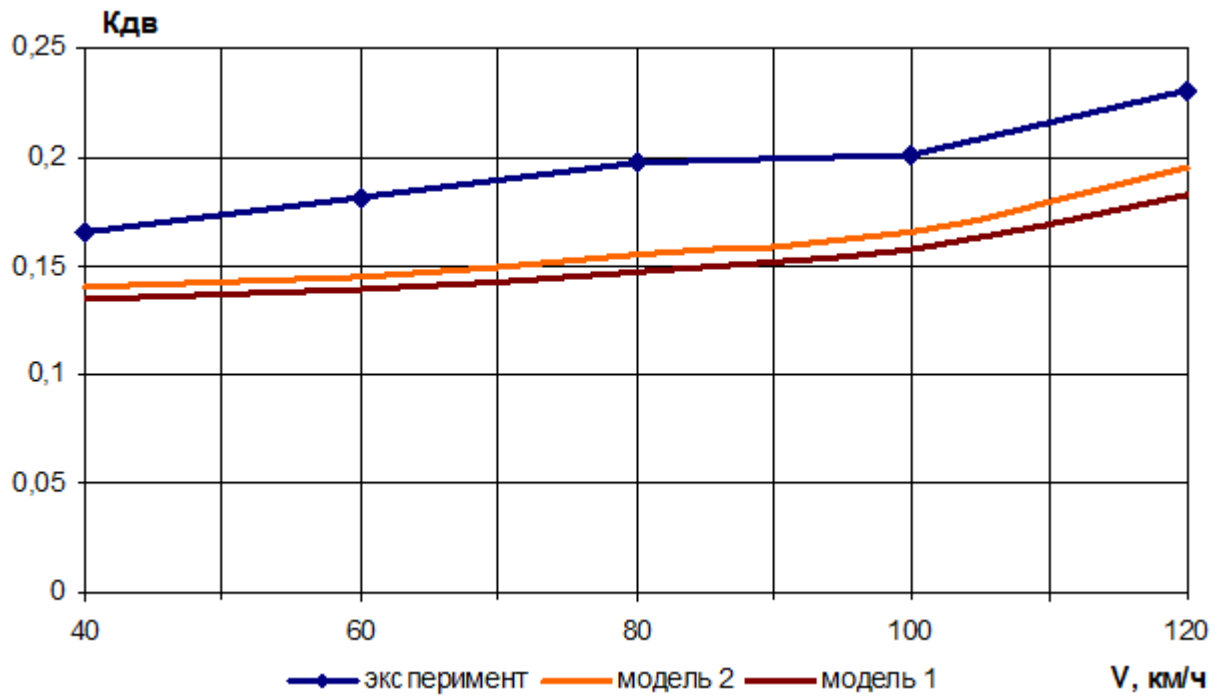


а)

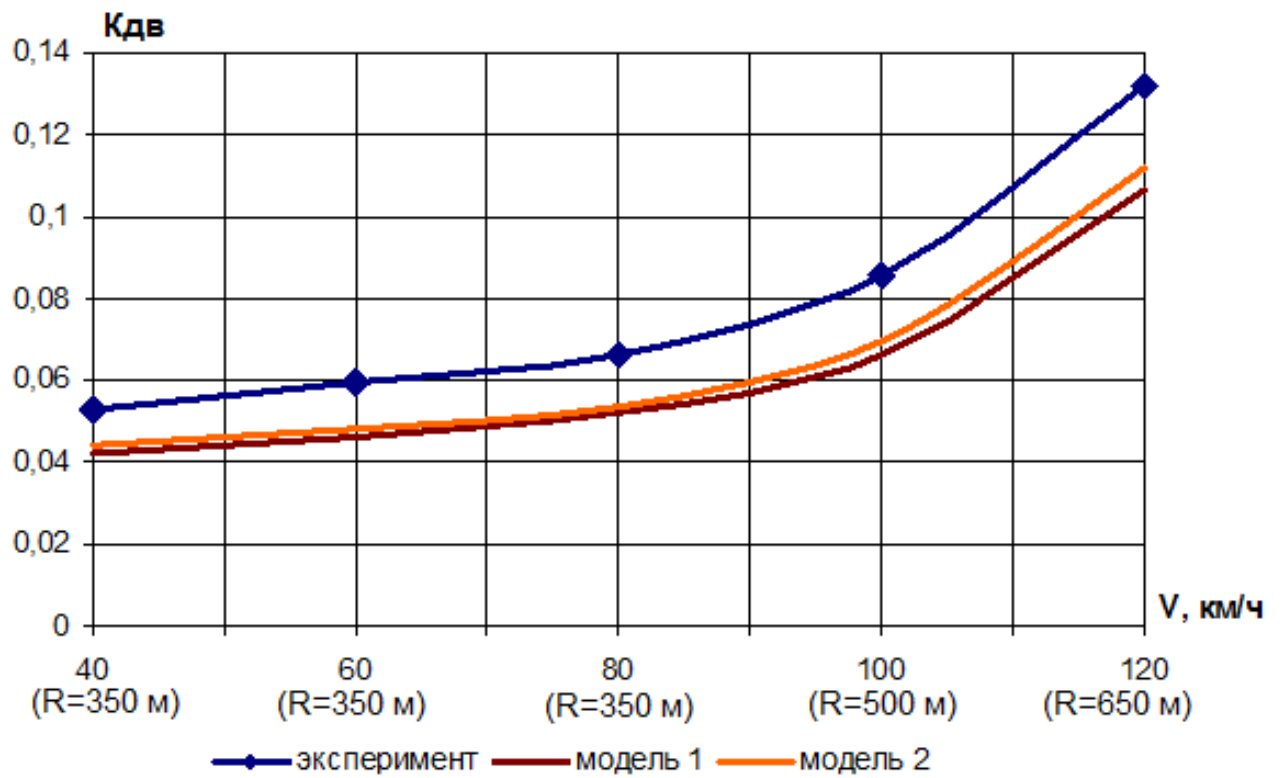


б)

Рисунок 2.18 – Зависимость горизонтальных ускорений кузова от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых



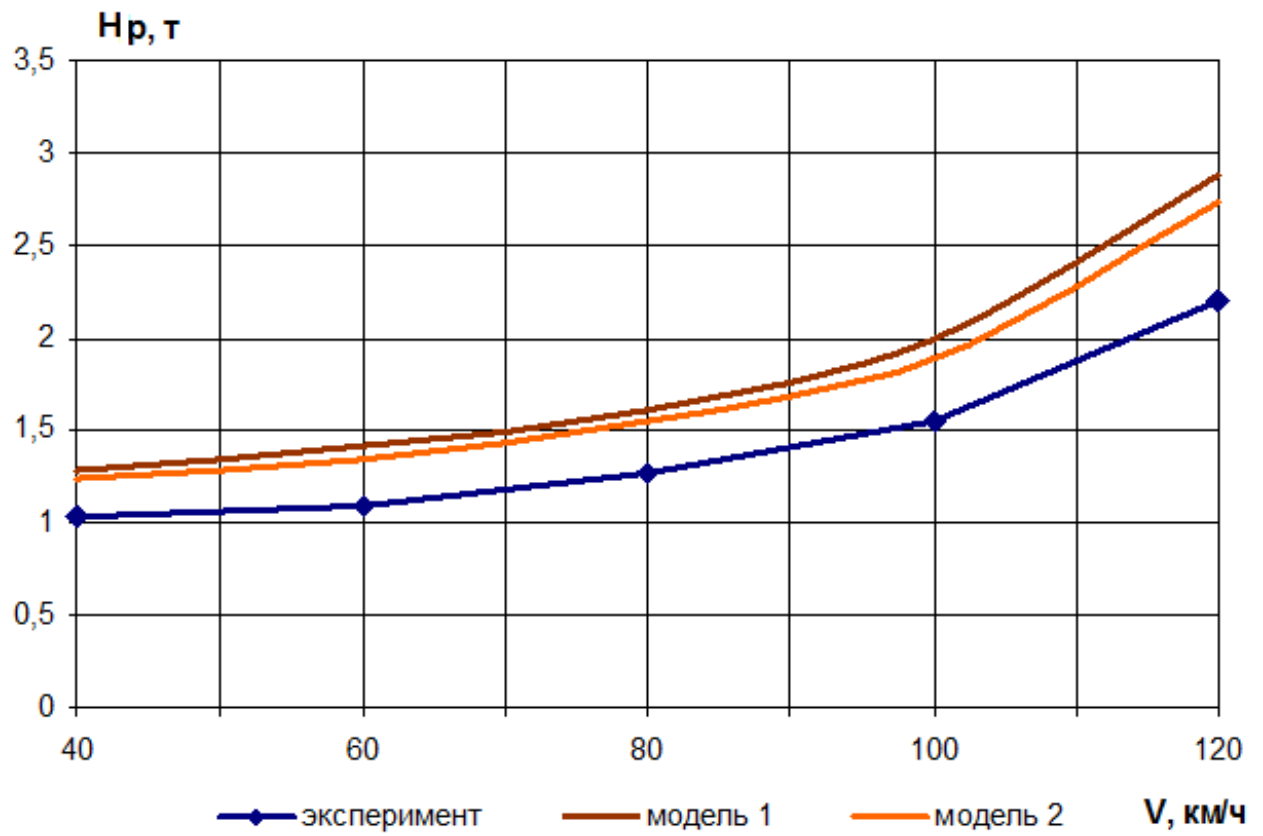
а)



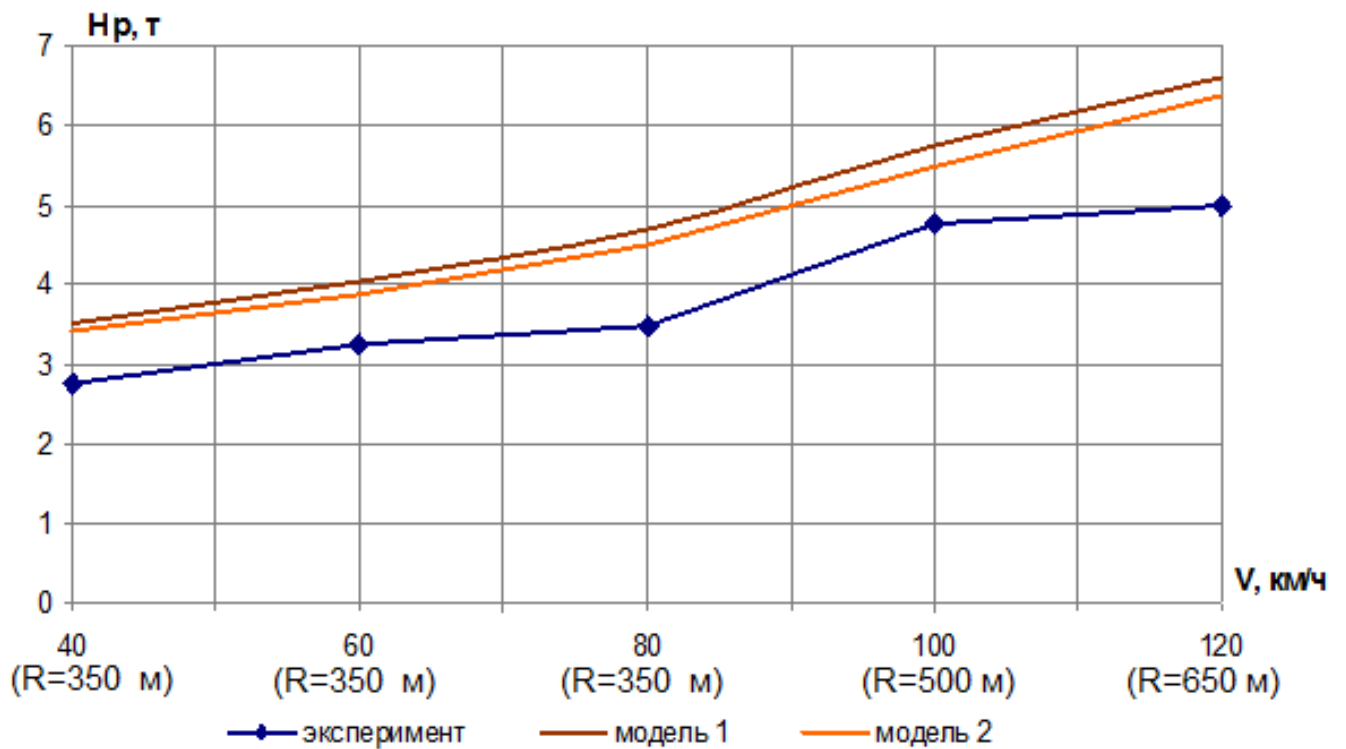
б)

Рисунок 2.19 – Зависимость коэффициента вертикальной динамики от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых





а)



б)

Рисунок 2.20 – Зависимость рамной силы от скорости движения автомотрисы:

а – по прямой; б – в кривых

б) при движении по кривым участкам пути:

- вертикальные ускорения кузова, полученные с использованием модели 1 на 31 % , с использованием модели 2 на 29 % ниже экспериментальных;
- горизонтальные (поперечные) ускорения кузова, полученные с использованием модели 1 на 25%, с использованием модели 2 на 21% ниже экспериментальных;
- коэффициенты вертикальной динамики на 30%, для модели 2 на 25% ниже экспериментальных;
- рамные силы для модели 1 на 32%, для модели 2 на 29% выше экспериментальных.

Анализируя результаты моделирования можно проследить устойчивую тенденцию занижения вертикальных, горизонтальных ускорений и коэффициентов вертикальной динамики автотрисы получаемых с использованием твердотельной модели 1 на 23 – 31 % и завышение рамных сил на 31–32%. Учет упруго-диссипативных свойств амортизаторов силовой установки автотрисы в модели 2 позволил уменьшить занижение указанных динамических показателей на 3 – 6 % и снизить завышение рамных сил на 3%. Однако, получаемые динамические параметры оказываются ниже экспериментальных, что не обеспечивает запаса в отношении безопасности движения. А завышение рамных сил ведет к увеличению металлоемкости элементов тележки.

Учитывая результаты исследований приведенных в [118] для вагонов имеющих базу более 10 – 12 м при моделировании динамики движения целесообразно учитывать упруго-диссипативные свойства кузова. Учет указанных свойств кузова автотрисы возможен на основе использования гибридных динамических моделей.

Включение в твердотельную модель вагона упругого кузова автотрисы осуществляется с помощью модуля моделирования упругих тел UMFEM [99]. Модуль позволяет включать в состав модели механической

системы упругие тела, совершающие произвольные пространственные перемещения. При этом рассматриваются малые упругие перемещения за счет деформаций, которые могут быть описаны в системе координат, связанной с телом, методом конечных элементов (МКЭ), использующим геометрически линейную теорию.

Математическая модель упругого тела строится с использованием комплекса следующих методов:

- метода подсистем [107];
- метода присоединенной системы координат [119,120];
- метода конечных элементов;
- метода связанных подструктур (Крэйга-Бэмптона) [121].

Каждое упругое тело объекта рассматривается как отдельная подсистема, поэтому после подготовительного этапа, на котором рассчитываются необходимые данные, создание составного объекта с упругими телами в целом соответствует сборке твердотельной модели. Упругая подсистема может взаимодействовать с другими подсистемами объекта, в том числе упругими, посредством силовых элементов и шарниров. Кинематика точек упругого тела описывается с применением метода присоединенной системы координат. Упругие свойства тела описываются методом конечных элементов. Малые упругие перемещения представляются в виде суммы допустимых форм упругого тела (модальной матрицей).

Собственные формы упругой подсистемы определяются путем решения обобщенной проблемы собственных значений. Матрица масс упругой подсистемы формируется на основе разнесения массы упругого тела по узлам конечноэлементной сетки. При моделировании движения вагона рассматриваются собственные формы, соответствующие низшим собственным частотам. Используемая методика дает возможность однозначно описать положение каждого узла модели упругого кузова в каждый момент времени, что позволяет определять напряжения в элементах упругой модели кузова [99].

В соответствии с описанной методикой в динамическую модель включается пластинчатая конечно-элементная модель, представленная на рисунке 2.21.

На шкворневых балках в местах опирания кузова на тележки к пластинчатой конечно-элементной модели крепятся твердотельные модели пятника и скользунов посредством силовых элементов с высокой жесткостью.

Для учета в динамической модели автотрисы упругих свойств кузова разработана детализированная упруго-диссипативная пластинчатая конечно-элементная модель (рисунок 2.21).

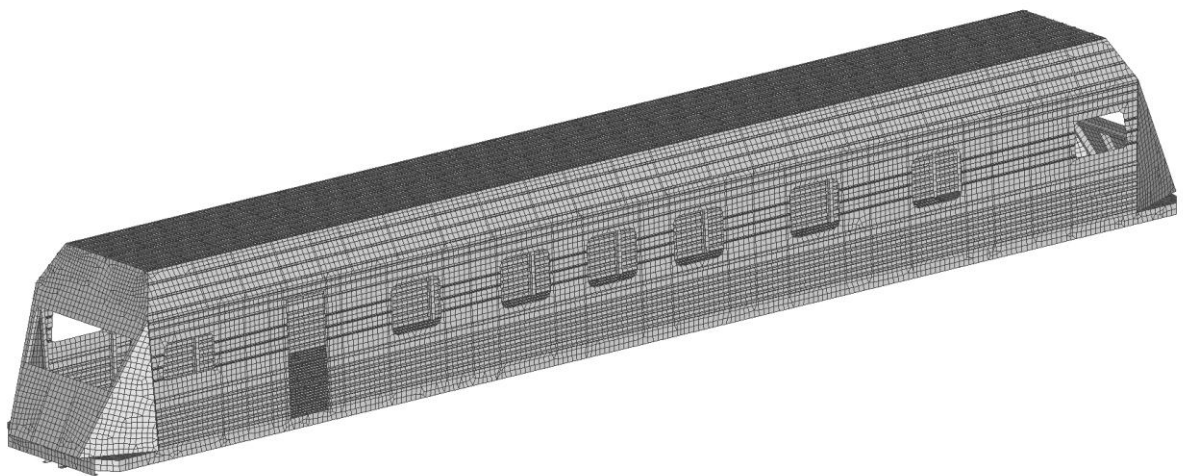


Рисунок 2.21 –Пластинчатая конечно-элементная модель.

Пластинчатая расчетная модель кузова автотрисы реализована в среде промышленного программного комплекса Siemens PLM Software Femap 9.3, на основе трехмерной твердотельной модели несущей конструкции автотрисы и комплекта конструкторской документации.

Модель представляет собой пространственную пластинчатую расчетную схему, образованную трех- и четырехузловыми изотропными пластинчатыми элементами типа Plate, учитывающими все внутренние силовые факторы (мембранные, сдвиговые, поперечные и изгибные) и позволяющими моделировать пластины значительной толщины. Общее количество пластинчатых элементов со средним размером  $100 \times 100$  мм составило порядка 81 тыс. Толстостенные литые элементы кузова вагона (передний упор, объединенный с

розеткой автосцепки, и задний упор) смоделированы порядка 30,5 тыс. четырех-, пяти- и шестигранными пространственными объемными элементами типа Solid. Взаимодействие объемных элементов с пластинчатой схемой осуществлялось путем введения в соответствующие узлы специальных абсолютно жестких стержневых элементов типа Rigid.

Конечные элементы схемы объединены в 87,4 тыс. узлах, число степеней свободы конечно-элементной модели составляет порядка 524,6 тыс.

При проведении расчетов приняты следующие допущения. Материал конструкции работает в упругой стадии деформирования и обладает постоянными характеристиками жесткости: модулем упругости  $E=2,1 \times 10^5$  МПа, модулем сдвига  $G=0,8077 \times 10^5$  МПа и коэффициентом Пуассона, равным  $\mu=0,3$ . Плотность материала металлоконструкции составляет  $7850 \text{ кг/м}^3$ .

Учет внутреннего трения в конструкции осуществляется по гипотезе Фойхта [122]. При моделировании динамики колебаний несущей конструкции совокупность действующих диссипативных сил заменяется эквивалентным вязким демпфированием, определяемым из равенства работ данных сил и сил вязкого сопротивления за период колебаний. Определение коэффициента эквивалентного вязкого демпфирования производится с использованием резонансной кривой, получаемой при определении низшей частоты изгибных колебаний кузова.

Нагружение динамической конечноэлементной модели автомотрисы осуществлялось динамическими нагрузками, реализации которых получены в соответствующих узлах упругой подсистемы динамической модели движения по неровностям пути.

Оценка адекватности разработанной пластинчатой конечноэлементной модели выполнялась путем сопоставления картин напряженного состояния несущей конструкции кузова автомотрисы, полученных расчетным путем с использованием пластинчато-стержневой расчетной схемы и экспериментально

на стенде. Также сопоставлялись максимальные прогибы кузова, полученные расчетным путем и экспериментально.

В тверском институте вагоностроения проведены прочностные статические испытания опытного кузова, от воздействия следующих нормативных испытательных нагрузок:

– продольные сжимающие нагрузки 0,35 и 2,0 МН и растягивающие нагрузки 0,35 МН;

– вертикальным нагрузкам, равным весу брутто и тары кузова

Испытательные нагрузки реализовались в специальном гидравлическом стенде, предназначенном для статических испытаний вагонов, с использованием штатных устройств, позволяющих имитировать эксплуатационные нагрузки. Каждый вид испытательных нагружений, для получения стабильных результатов, повторялся не менее трех раз. Замерялись нормальные напряжения по среднему сечению кузова, в сечении по шкворневой балке и дополнительно в основных несущих элементах рамы (обвязки, продольные балки, поперечные балки и ряд сечений в хребтовой балке). Схема расположения исследуемых сечений на кузове изображена на рисунке 2.22.

На исследуемый кузов вагона для замера микродеформаций устанавливалось до 250 тензодатчиков. Измерения проводились от сочетания нагрузок по I и II расчетным режимам «Норм...» [15] с помощью микропроцессорной многоканальной тензометрической системы ММТС-64 Новосибирского НИИ им. С.Чаплыгина. Погрешность измерений не более 0,1%.

Для сопоставления с результатами эксперимента проведены расчеты напряженно-деформированного состояния несущей конструкции кузова автотрисы с использованием конечно-элементных расчетных схем, повторяющих условия нагружения и закрепления кузова при испытаниях.

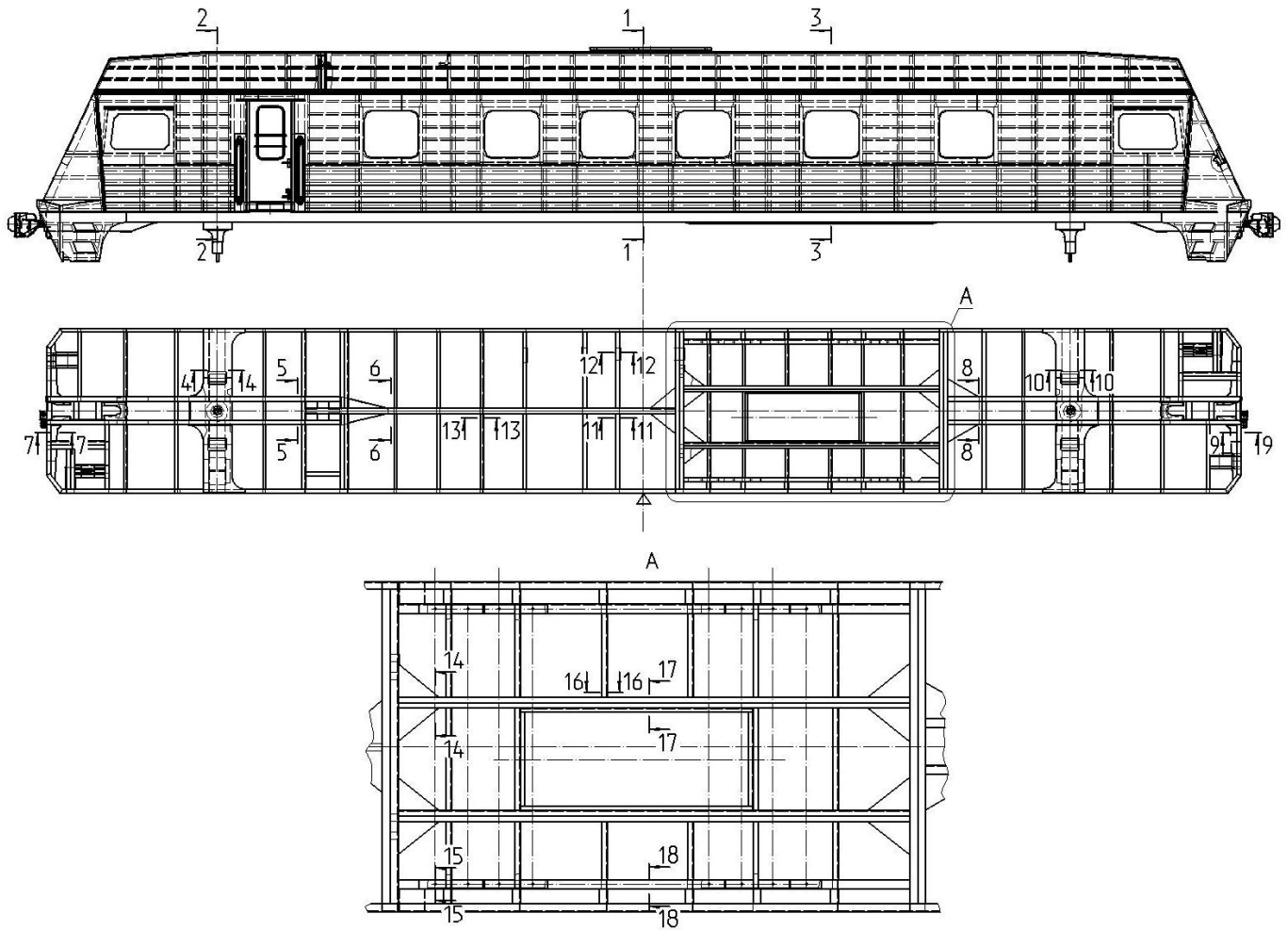


Рисунок 2.22 – Схема расположения исследуемых сечений на кузове

Величины основных сил для расчета на прочность представлены в таблице 2.6

Таблица 2.6

Величины основных сил для расчета на прочность

Расчетные параметры	Расчетные режимы	
	I	II
Продольная сила, МН	-2,0	±0,35
Вертикальная статическая нагрузка	брутто кузова	брутто кузова
Вертикальная динамическая нагрузка	не учитывается	$K_d^*$ брутто кузова
Вертикальная добавка от продольной силы, МН	не учитывается	0,0233
Боковые силы	не учитывается	12.5% от брутто кузова

Примечания: Знак «+» для силы растяжения, знак «-» для силы сжатия;

На первом этапе напряженно-деформированное состояние несущей конструкции кузова оценивалось с использованием разработанной пластинчато-

стержневой конечно-элементной модели, созданной с использованием проектно-вычислительного комплекса SCAD [56]. При моделировании обшивки применялись конечные элементы типа оболочки (для гладкой – изотропные, для гофрированной – ортотропные). Приведенные толщины ( $\delta_{пр}$ ) плоских ортотропных элементов обшивки, а также модули упругости и коэффициенты Пуассона вдоль ( $E_x, \nu_x$ ) и поперёк ( $E_y, \nu_y$ ) панелей приведены в таблице 2.7. Для плоских изотропных элементов  $E_x=E_y, \nu_x=\nu_y$ .

Таблица 2.7

Приведенные толщины ( $\delta_{пр}$ ), модули упругости и коэффициенты Пуассона ( $E_x, \nu_x, E_y, \nu_y$ ) для панелей гофрированной обшивки кузова

Наименование панели	$\delta$ , мм	$\delta_{пр}$ , мм	$E_x, \times 10^5$ МПа	$\nu_x$	$E_y, \times 10^5$ МПа	$\nu_y$
Пол гофрированный	2,0	2,21	2,1	0,3	0,07935	0,0119
Нижний пояс боковой стены	2,5	3,12	2,1	0,3	0,07620	0,0114
Верхний пояс боковой стены	2,0	2,21	2,1	0,3	0,07620	0,0114
Простенки	2,5	3,10	2,1	0,3	0,08000	0,0119
Средняя часть крыши	2,0	2,17	2,1	0,3	0,15900	0,0240
Скат	2,0	2,17	2,1	0,3	0,15900	0,0240

Элементы каркаса моделировались стержневыми элементами. При создании расчетной схемы учитывалось эксцентричное соединение элементов каркаса с обшивкой. Расчетная схема приведена на рисунке 2.23. Схема содержит около 5,8 тыс. узлов, 8,1 тыс. элементов, порядок системы уравнений 35 тыс. неизвестных.

Вертикальная нагрузка от оборудования, имеющего существенную массу, учитывалась отдельно как узловая. Вертикальные нагрузки от силы тяжести несущих элементов металлоконструкции кузова, входящих в модель, определялись автоматически программой конечно-элементного анализа. Вертикальная нагрузка от силы тяжести элементов кузова, не входящих в модель кузова (автосцепное и тормозное оборудование, установка поручней, подножек и т.д.), учитывалась



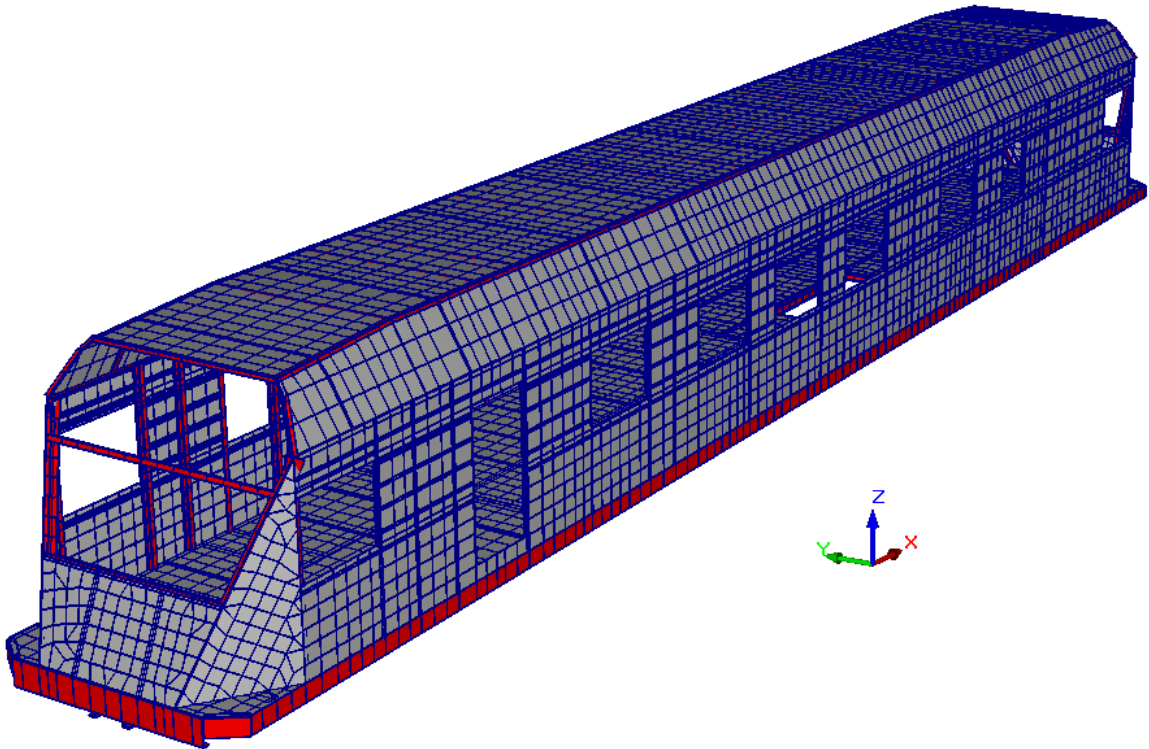


Рисунок 2.23 – Пластинчато стержневая расчётная схема МКЭ автомотрисы «Север»

совместно с силами тяжести внутреннего оборудования, как вертикальная распределённая нагрузка. Данная нагрузка прикладывалась по площади пола и горизонтальной проекции крыши.

Вертикальная динамическая нагрузка по II режиму получена умножением вертикальной статической нагрузки по I режиму (собственный вес кузова и нагрузка от действия веса груза) на коэффициент вертикальной динамики  $K_{об} = 0,129$ , который определялся в соответствии с требованиями «Норм ...».

Продольные усилия с присоединенным моментом прикладывалась к задним (сжимающая) и передним (растягивающая) упорным угольникам.

Закрепление расчетной схемы в пространстве, как твердого тела (при расчете по режимам «Норм...» [15]), обеспечивали четыре вертикальные (по оси Z) линейные связи на скользунах, две продольные линейные связи по оси X в месте приложения продольной нагрузки (на одном конце рамы), а также две дополнительные поперечные линейные связи по оси Y по концам кузова.

При оценке напряженно-деформированного состояния кузова автомотрисы с использованием пластинчатой конечно-элементной модели вертикальная

нагрузка прикладывалась по аналогии с пластинчато стержневой схемой. Квазистатическая продольная нагрузка по I и II режимам при сжатии (растяжении) прикладывалась к узлам расчетной модели кузова, соответствующим ударным поверхностям задних (передних) упоров автосцепки по обоим концам кузова.

Результаты расчетов для максимальных значений нормальных напряжений ( $\sigma_x$ , МПа) в основных несущих элементах кузова получены с использованием двух типов конечноэлементных моделей, а также в натурных стендовых испытаниях приведены в таблице 2.8.

Таблица 2.8

Максимальные нормальные напряжения ( $\sigma_x$ , МПа)

Элемент конструкции	[ $\sigma$ ]		Режим								
			I (сжатие)			II (сжатие)			II (растяжение)		
	Расчет		Э	Расчет		Э	Расчет		Э		
	I	II		ПСС	ПС		ПСС	ПС		ПСС	ПС
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Хр. балка (двугавр) за консолью	327	210	-240	-236	-224	-67	-62	-59	39	38	35
Хр. балка (двугавр) за местом для крепления ДГУ	327	210	-85	-83	-74	-14	-32	-26	30	28	23
Хр. балка (шв.30В) за шкворневой (в переходной зоне)	327	210	-75	-79	-85	-18	-18	-16	62	59	54
Хр. балка (шв.30В) после люка под ДГУ	327	210	-172	-173	-160	-35	-37	-33	19	18	15
Обвязка рамы 1 середина	245	165	-166	-160	-140	-39	-38	-34	69	68	60
Обвязка рамы 2 середина	245	165	-167	-155	-131	-38	-36	-33	68	69	63
Буферный брус (дальше от ДГУ)	345	220	-66	-70	-79	-28	-25	-21	68	64	54
Буферный брус (ближе к ДГУ)	345	220	-62	-56	-46	-28	-27	-22	42	38	32
Продольные балки шв. кор. 12П	345	220	-287	-285	-262	-70	-67	-53	66	59	48
Продольные балки шв. 24П	345	220	-75	-73	-63	29	27	24	43	39	32
Поперечные балки шв. 12П	345	220	94	91	77	94	90	87	-86	-83	-76
Поперечные балки шв. 20В1	245	165	180	172	148	35	35	32	-58	-54	-45
Поперечные балки шв. 14П	345	220	120	116	99	56	51	46	62	60	57

Продолжение таблицы 2.8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Шкворневая балка (дальше от ДГУ)	327	210	-234	-234	-212	-66	-62	-55	-64	-64	-59
Шкворневая балка (ближе к ДГУ)	327	210	-232	-227	-208	-63	-57	-56	-72	-70	-63
Настил пола	205	165	-203	-199	-189	-37	-32	-30	123	119	110
Обшивка боковой стены 1	205	165	-159	-160	-138	119	110	107	143	138	125
Обшивка боковой стены 2	205	165	-199	-194	-165	-119	-115	-109	152	147	138
Обшивка крыши	205	165	-66	-65	-57	62	56	53	73	70	64
Обшивка личевой части (ближе к ДГУ)	205	165	-79	-78	-65	-63	-54	-51	123	119	105
Обшивка личевой части (дальше от ДГУ)	205	165	-78	-76	-67	-61	-55	-50	121	117	106

Примечание: ПСС – пластинчато стержневая схема, ПС – пластинчатая схема, Э – эксперимент, ДГУ – дизель – генераторная установка.

Напряжения, полученные в элементах тонкостенной обшивки, использовались также для проверки устойчивости этих элементов [123].

Оценка адекватности расчетных моделей конструкции кузова проводилась путем сравнения максимальных расчетных нормальных напряжений ( $\sigma_x$ ) в несущих элементах кузова с нормальными напряжениями, определенными согласно эксперименту.

Как видно из таблицы 2.8, максимальные нормальные напряжения в большинстве несущих элементах кузова, полученные с использованием пластинчато-стержневой конечно-элементной расчетной схемы, превышают экспериментальные на 7 – 27 %. При этом, наибольшее расхождение при I режиме нагружения наблюдается для буферного бруса, расположенного ближе к месту установки ДГУ. При II режиме – для продольных балок коробчатого сечения, сваренных из двух швеллеров 12П. Для хребтовой балки, сваренной из двух швеллеров 30В, в переходной зоне, и для буферного бруса, расположенного дальше от места монтажа ДГУ, расчетные напряжения ниже экспериментальных на 13 и 20% соответственно.

Из сопоставления результатов, полученных с использованием пластинчатой модели с экспериментом, видно, что для большинства элементов максимальные

нормальные напряжения также превышают экспериментальные на 5 – 26 %. Для I расчетного режима наибольшее превышение фиксируется в буферном бруске, расположенном ближе к месту монтажа ДГУ. В хребтовой балке, сваренной из двух швеллеров 30В, в переходной зоне, и в буферном бруске, расположенном дальше от места монтажа ДГУ, расчетные напряжения ниже экспериментальных на 11 и 17% соответственно. Сравнение напряжений, полученных с использованием пластинчатой и пластинчато-стержневой расчетных схем, показывает их незначительное расхождение.

Приведенные сопоставления показывают, что расчетные данные, получаемые с использованием пластинчатой расчетной схемы, качественно и количественно соответствуют, как данным натуральных экспериментов, так и результатам расчетов с использованием пластинчато-стержневой схемы. Следовательно, предложенная модель – адекватна.

Сопоставление максимальных прогибов хребтовой балки приведено в таблице 2.9.

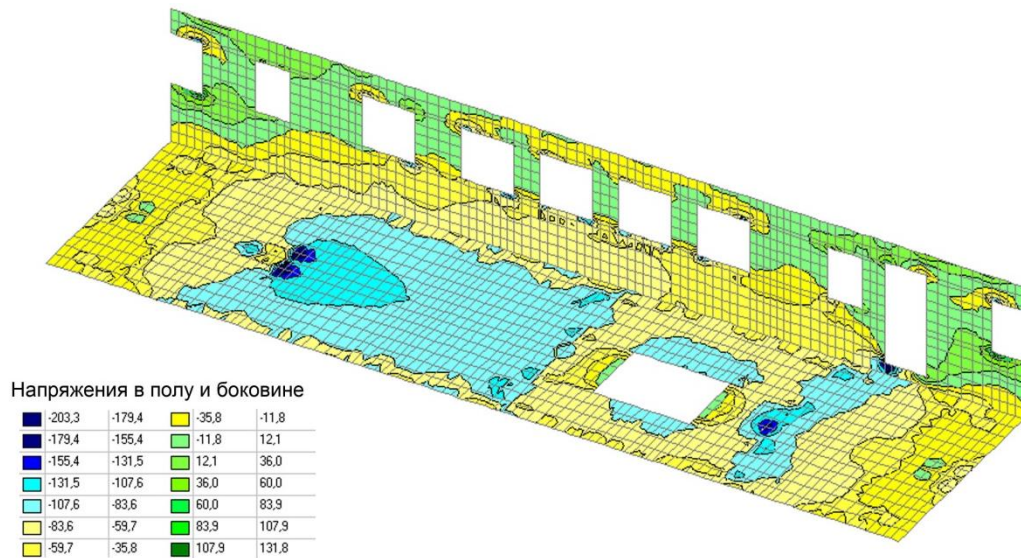
Удовлетворительное соответствие прогибов полученных расчетным путем экспериментальному значению также подтверждает адекватность предложенной модели.

Таблица 2.9

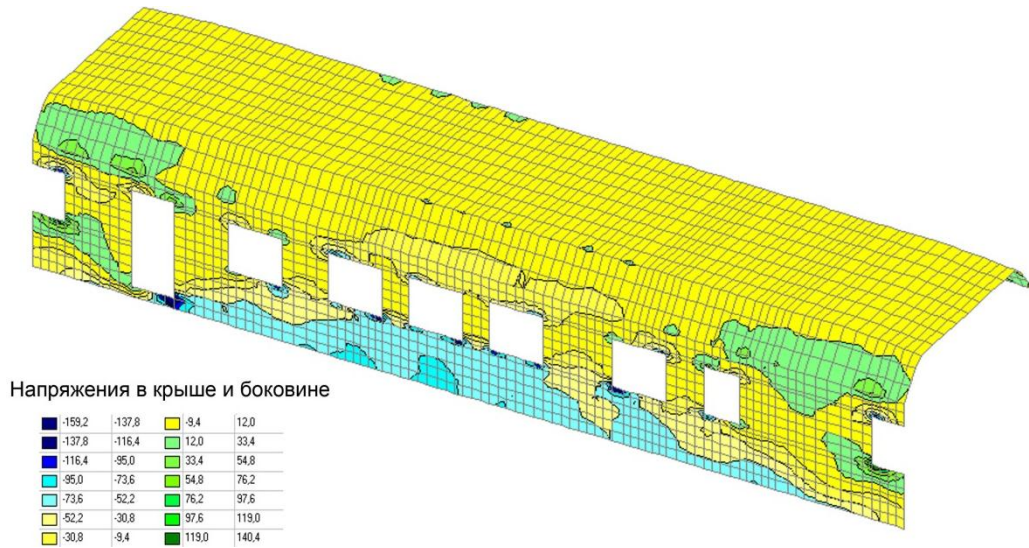
Максимальные прогибы хребтовой балки, мм

Элемент конструкции	Режим								
	I (сжатие)			II (сжатие)			II (растяжение)		
	Расчет		Э	Расчет		Э	Расчет		Э
	ПСС	ПС		ПСС	ПС		ПСС	ПС	
Хребтовая балка шв. 30 В (дальше от ДГУ) по оси Z	-11,0	-7,9	-7,0	-2,4	-2,6	-1,0	-1,4	-0,3	1,5
Хребтовая балка шв. 30 В (ближе к ДГУ) по оси Z	-10,7	-7,7	-7,5	-2,3	-2,6	-1,0	-1,4	-0,3	1,5
Середина хребтовой балки по оси Z	-1,4	-4,8	1,0	-9,0	-11,1	-6,5	-11,5	-12,9	-8,0

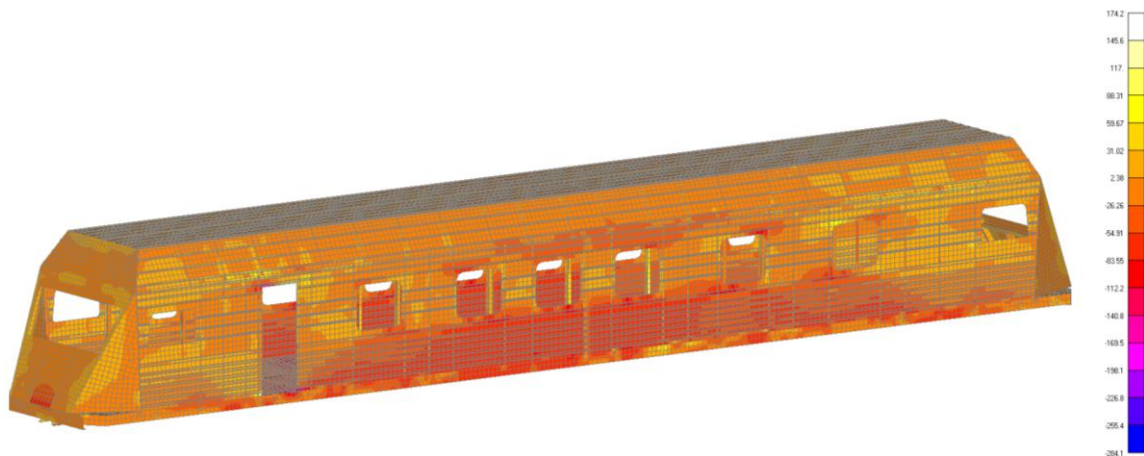
В качестве примера на рисунке 2.24 показан характер распределения нормальных напряжений при I расчетном режиме в обшивке кузова для пластинчато-стержневой модели и во всей несущей конструкции для пластинчатой.



а)



б)



в)

Рисунок 2.24 – Характер распределения нормальных напряжений ( $\sigma_x$ , МПа) при I расчетном режиме: а, б – в обшивке кузова, в – во всей конструкции кузова

На основе разработанной пластинчатой конечно-элементной модели с учетом описанной выше методики сформирована гибридная модель автомотрисы «Север» (рисунок 2.25).

С использованием, представленной модели, выполнено моделирование движения автомотрисы в условиях описанных в п. 2.2 диссертации.

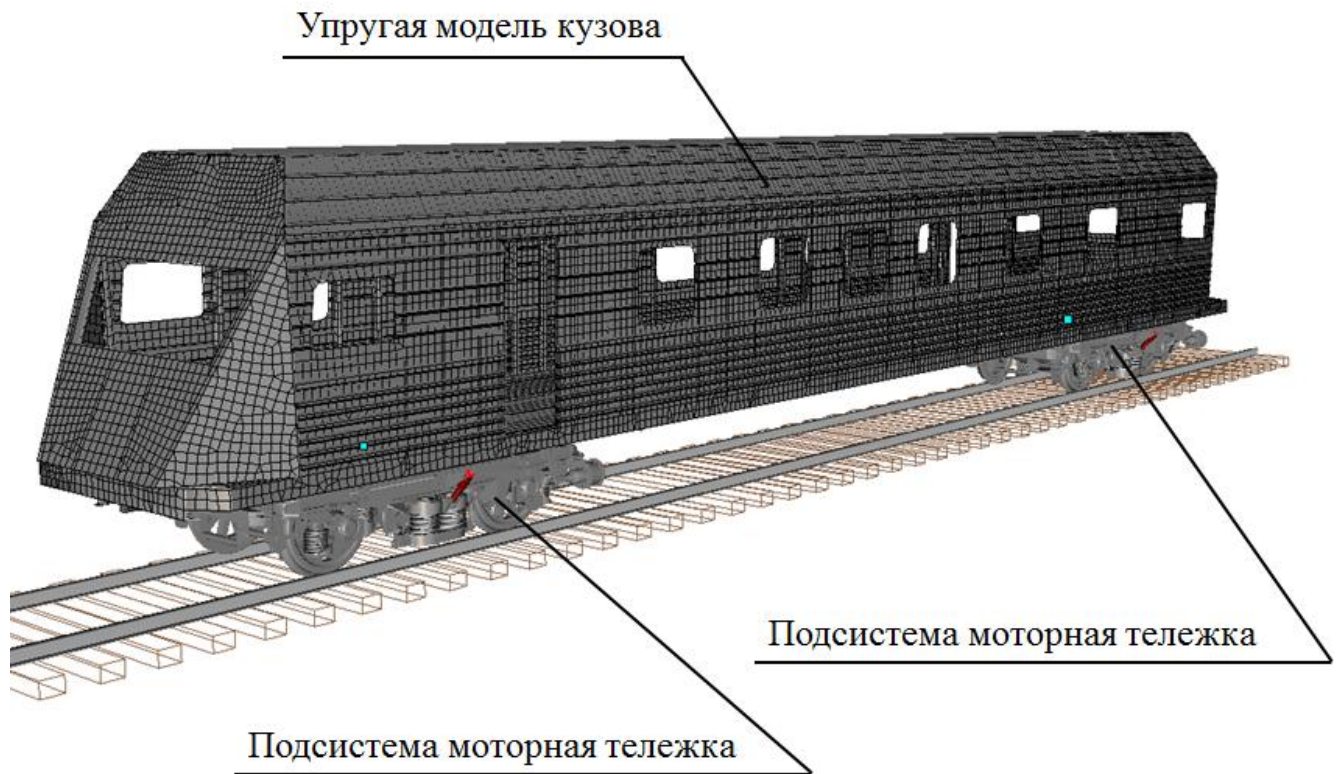


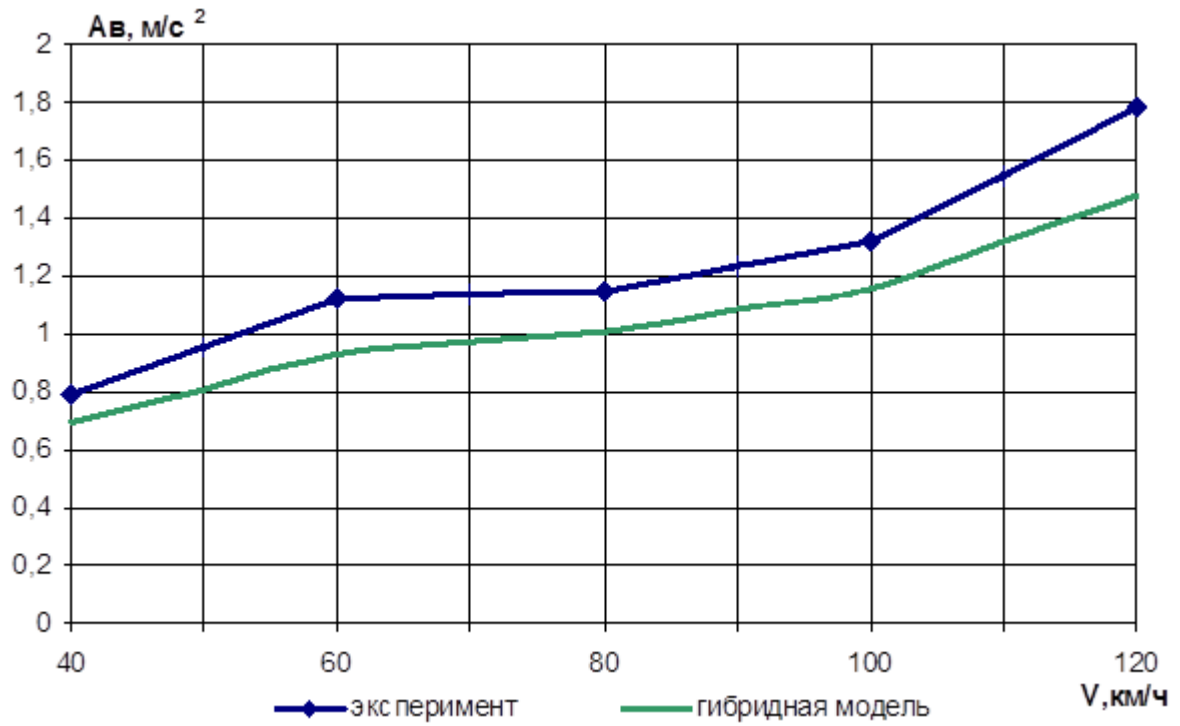
Рисунок 2.25 – Гибридная модель автомотрисы «Север»

Результаты моделирования представлены в виде графиков рисунки 2.26-2.29

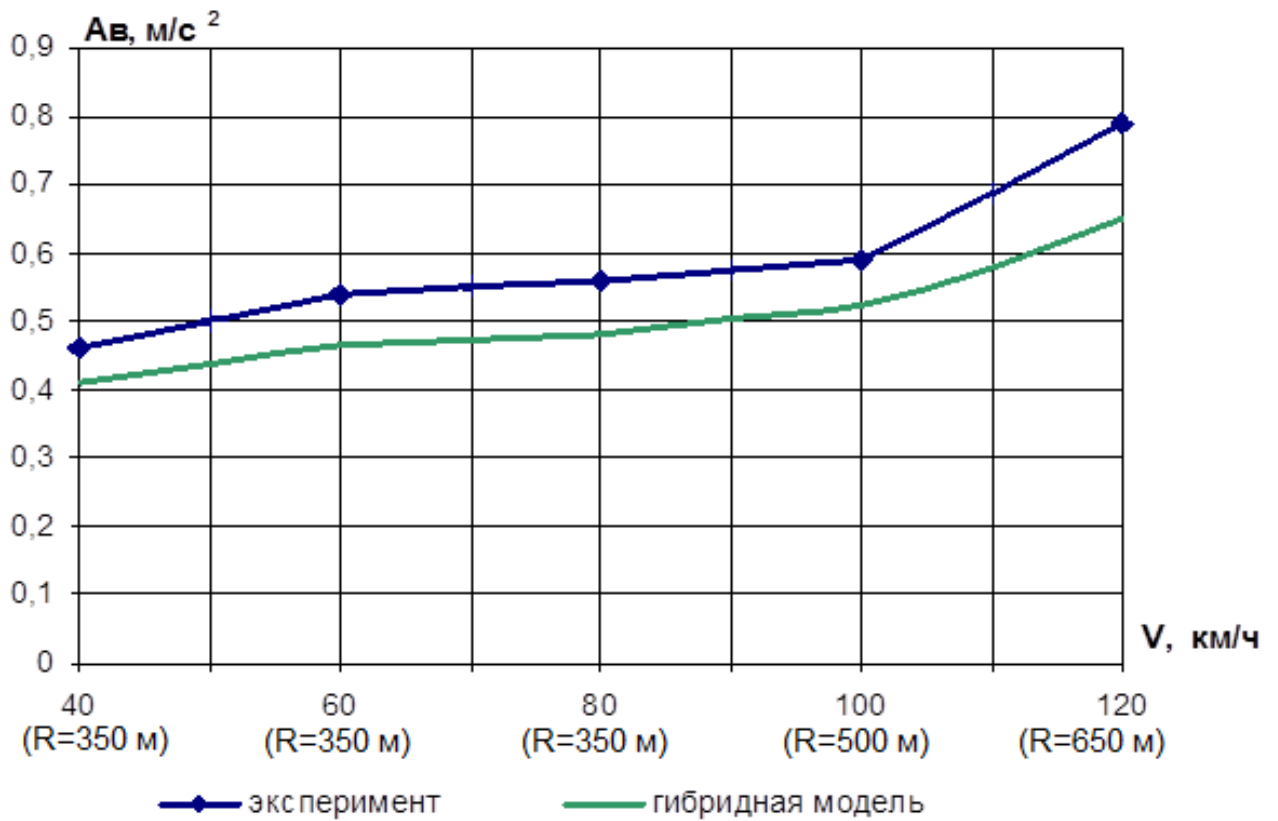
Рассматривая приведенные графики динамических показателей автомотрисы «Север», полученные при моделировании с использованием гибридной компьютерной модели и экспериментально при ходовых испытаниях, можно сделать выводы:

а) при движении по прямому участку пути:

- вертикальные ускорения кузова, полученные с использованием гибридной модели на 11–16%, ниже экспериментальных;
- горизонтальные (поперечные) ускорения кузова, полученные с использованием гибридной модели на 8–13%, ниже экспериментальных;

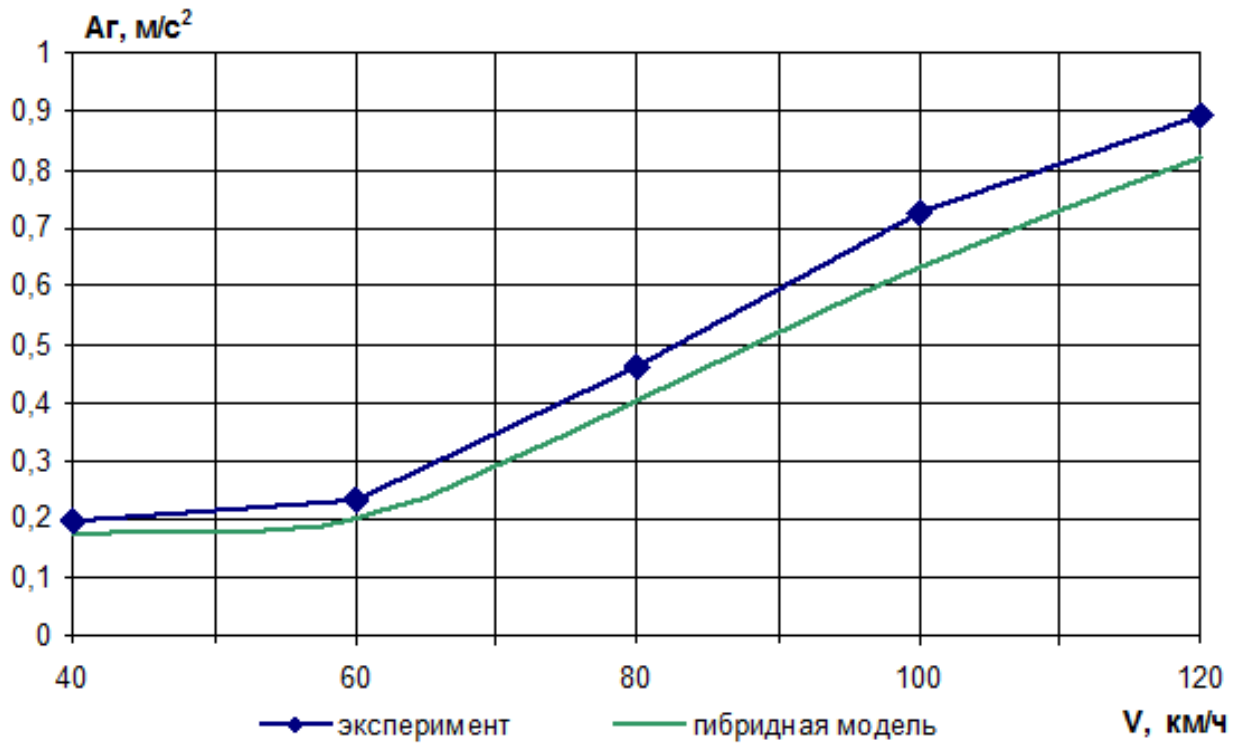


а)

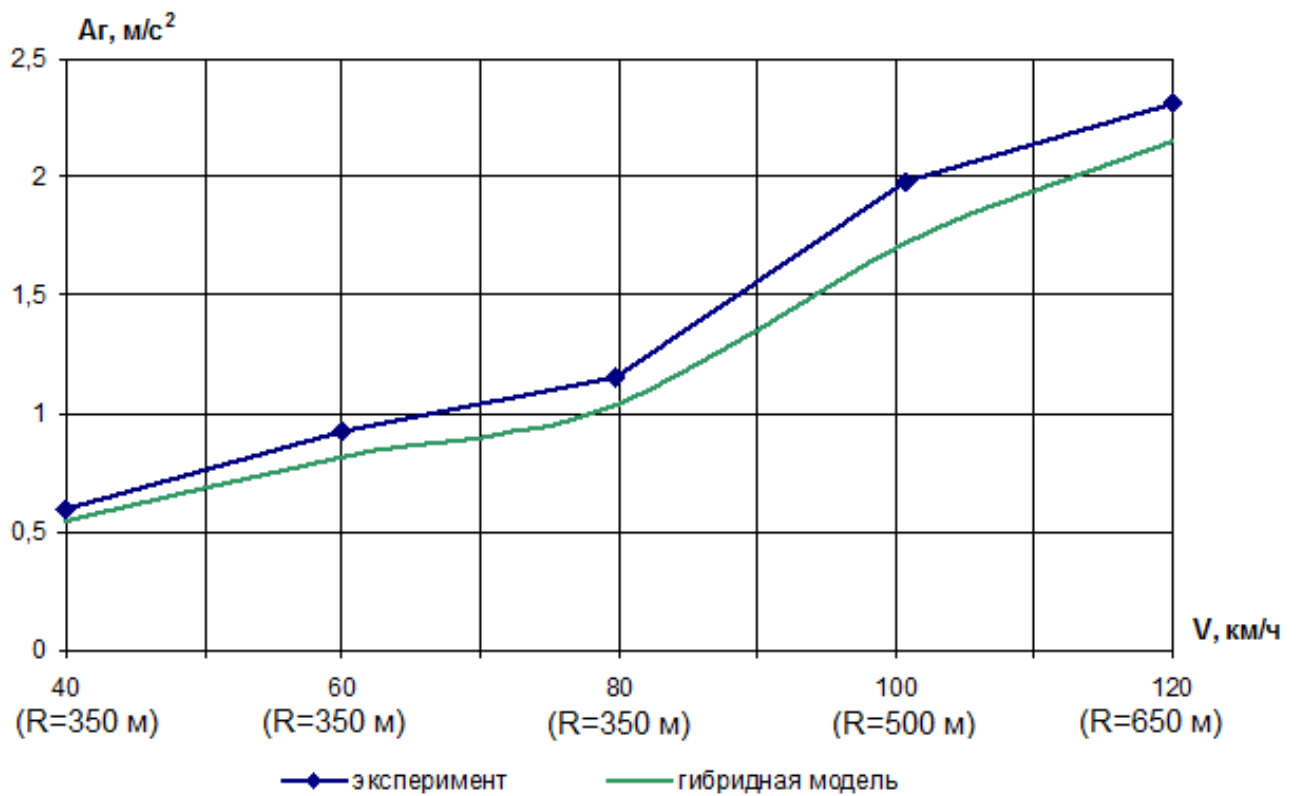


б)

Рисунок 2.26 – Зависимость вертикальных ускорений кузова от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых



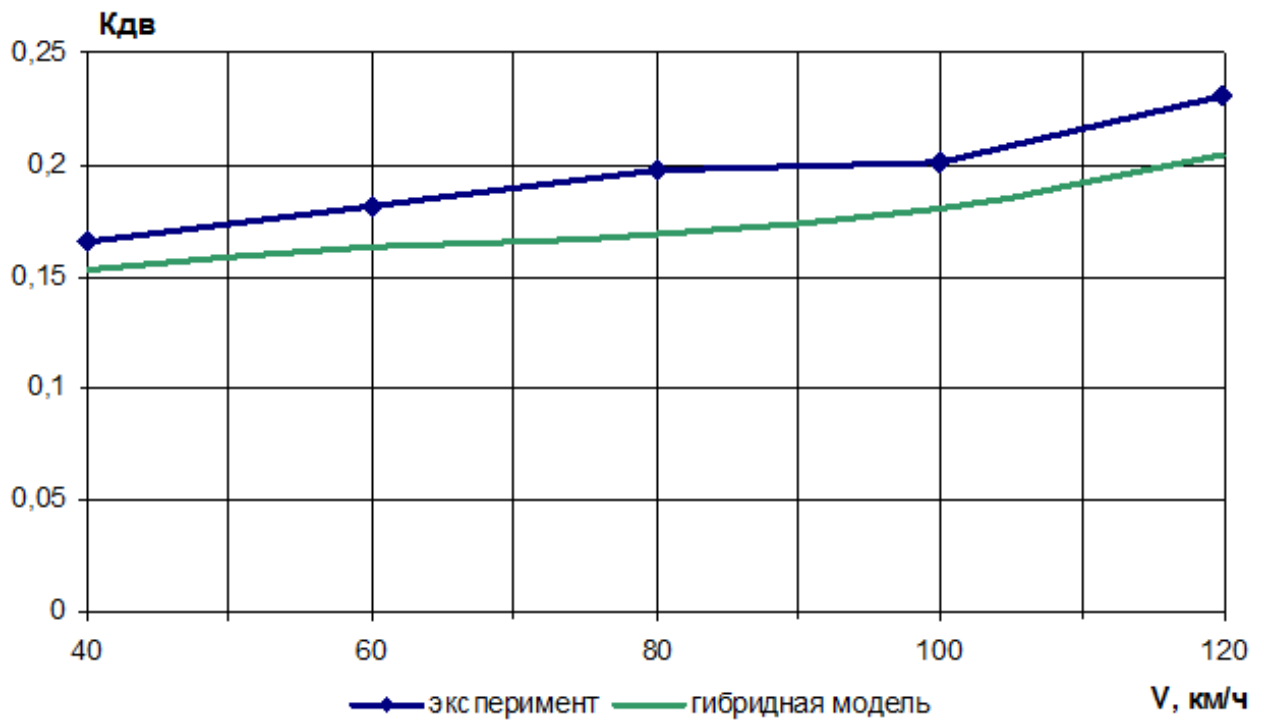
а)



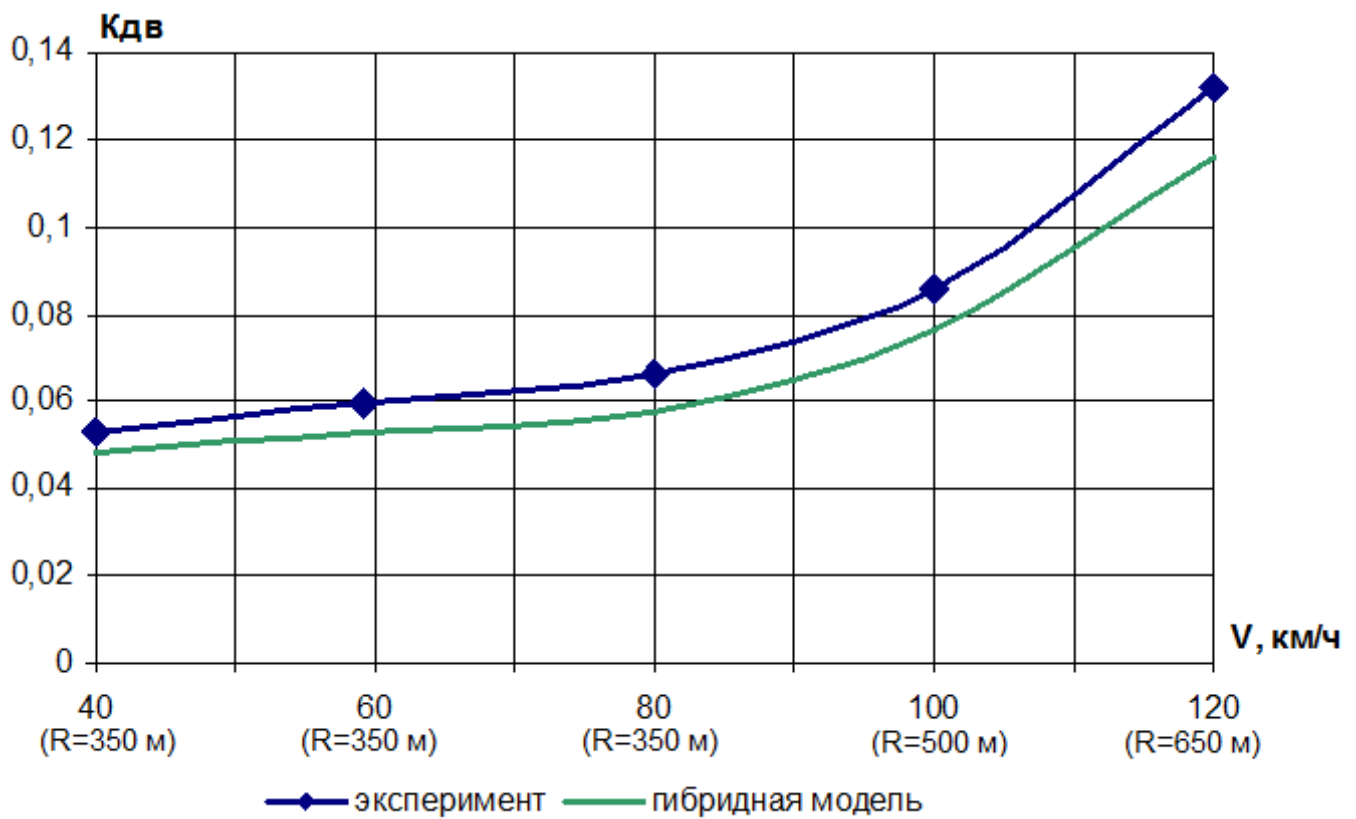
б)

Рисунок 2.27 – Зависимость горизонтальных ускорений кузова от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых



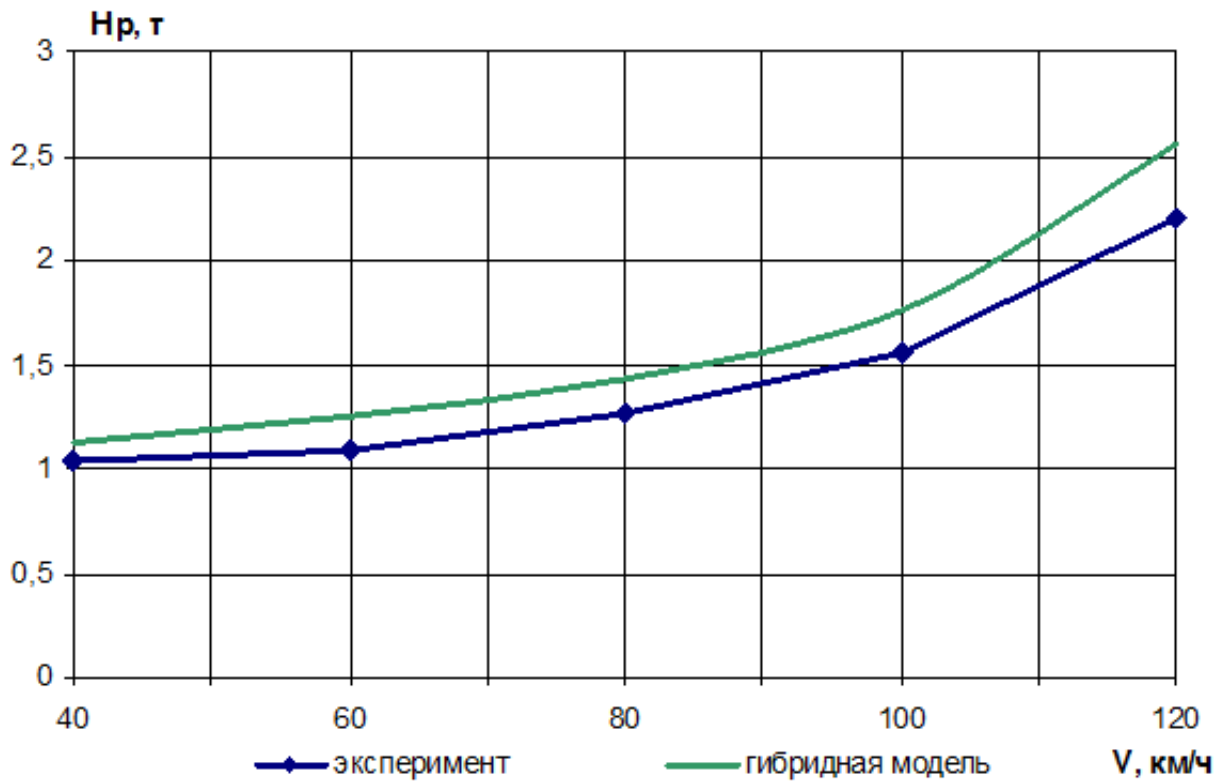


а)

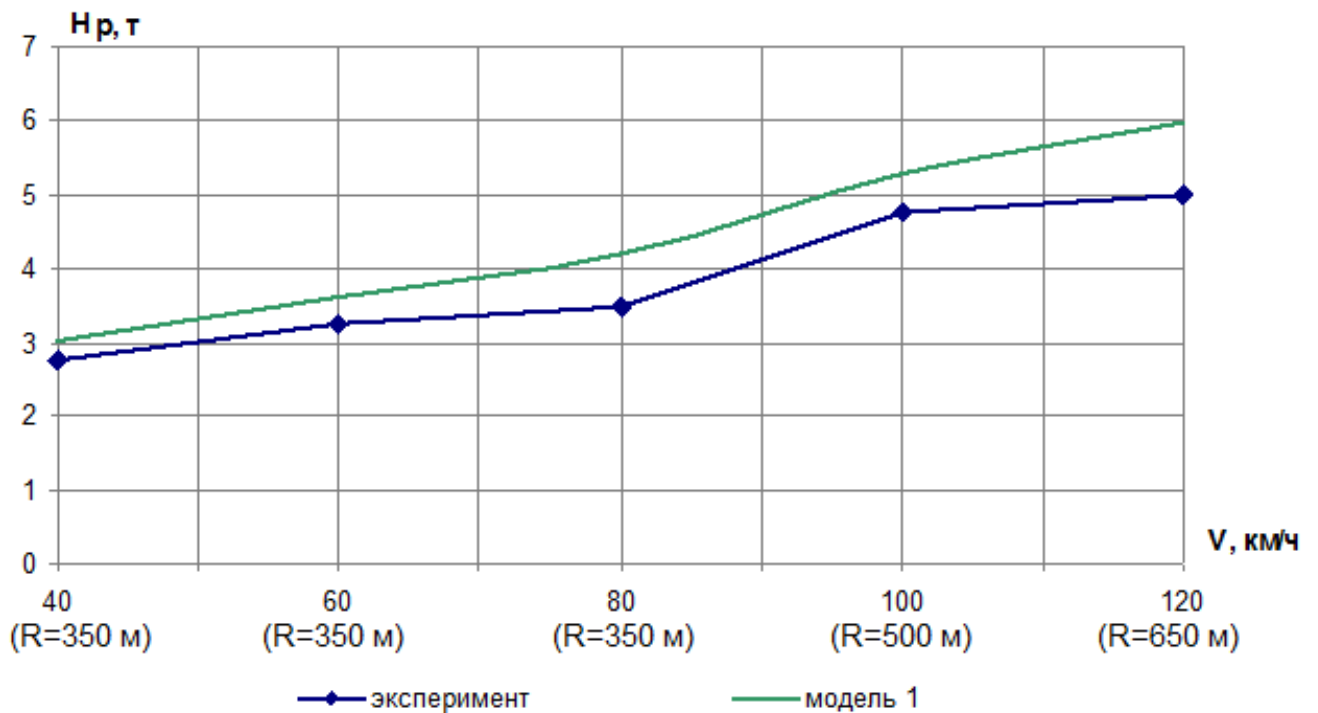


б)

Рисунок 2.28 – Зависимость коэффициента вертикальной динамики от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых



а)



б)

Рисунок 2.29 – Зависимость рамной силы от скорости движения автомотрисы:

а – по прямой; б – в кривых

- коэффициенты вертикальной динамики для гибридной модели на 9 – 12%, ниже экспериментальных;
  - рамные силы для гибридной модели на 8 – 14%, выше экспериментальных.
- б) при движении по кривым участкам пути:
- вертикальные ускорения кузова, полученные с использованием гибридной модели на 12 – 17% ниже экспериментальных;
  - горизонтальные (поперечные) ускорения кузова, полученные с использованием гибридной модели на 7–13% ниже экспериментальных;
  - коэффициенты вертикальной динамики на для гибридной модели на 7–14% ниже экспериментальных;
  - рамные силы для гибридной модели на 9–17% выше экспериментальных.

Вертикальные и горизонтальные ускорения и коэффициенты вертикальной динамики для гибридной компьютерной модели выше, чем соответствующие величины для твердотельной модели, т.е. они ближе к данным эксперимента. Такое же утверждение (о сближении с экспериментом) справедливо и для рамных сил, которые для гибридной модели существенно снизились.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ ПО ГЛАВЕ

Разработаны твердотельные и гибридная математические модели движения автоотрисы по реальным неровностям пути с учетом макро- и микронеровностей.

Разработана детализированная конечно–элементная модель кузова автоотрисы. Выполнена оценка адекватности данной модели.

Проведен анализ влияния упруго-диссипативных свойств кузова на параметры ходовой динамики автоотрисы. Для твердотельной модели с абсолютно жестким кузовом значения вертикальных, горизонтальных ускорений и коэффициентов вертикальной динамики оказываются заниженными, а рамная сила – завышенной. Расхождение в результатах достигает 32%. Учет упруго-диссипативных свойств амортизаторов силовой

установки автомотрисы позволяет уменьшить расхождение на 3 – 6 %. Применение гибридной модели уменьшает расхождение на 18%.

Так как занижение динамических показателей означает завышенную оценку безопасности движения, то, следовательно, существуют не учитываемые до сих пор факторы, которые могут привести к повышению адекватности моделей. Одним из таких факторов является учет влияния работы силовой установки на динамическую нагруженность несущей конструкции.

### ГЛАВА 3 ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ РАБОТЫ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ НА ДИНАМИЧЕСКУЮ НАГРУЖЕННОСТЬ НЕСУЩЕЙ КОНСТРУКЦИИ КУЗОВА АВТОМОТРИСЫ

#### *3.1 Обоснование необходимости учета эффекта Зоммерфельда при исследовании динамической нагруженности несущей конструкции кузова автомотрисы*

Силовая установка автотрисы является источником дополнительных вибрационных нагрузок, действующих в процессе ее работы на несущую конструкцию кузова, возникающих за счёт эксцентриситетов вращающихся элементов. Передача вибрационных нагрузок от силовой установки на кузов происходит в местах ее крепления на раму через упругие амортизаторы (рисунки 2.6, 2.7).

Традиционно учет дополнительных нагрузок на конструкцию от силовой установки, имеющей вращающиеся (с круговой частотой  $\omega$ ) части, сводится к введению внешней (для конструкции без источника энергии) силы  $P_0 \sin \omega t$ , где величина  $P_0$  однозначно определяется через имеющиеся во вращающихся частях дисбалансы. После распределения  $P_0$  между отдельными опорами, связывающими кузов с источником энергии, оценивается прочность креплений (опор) в статической или динамической постановке.

Описанный подход приводит к значительным искажениям получаемых результатов вследствие отсутствия учета эффекта Зоммерфельда.

Данный эффект позволяет дать объяснение нелинейного поведения линейной системы, возникающего при взаимодействии этой линейной системы с источником энергии. В частности в [124] В.С. Мартышкин и в [125] И.И. Блехман показали, что явление нелинейного поведения связано с неустойчивостью режимов вблизи резонанса, а сама неустойчивость, в свою очередь, определяется свойствами двигателя. Наиболее полно задачи о взаимодействии колебательной системы с источником энергии исследовал академик В.О. Кононенко [126],

объясняющий происходящие при этом явления зависимостью режима работы источника энергии конечной мощности от режима движения колеблющейся системы. При этом введение внешней силы  $P_0 \sin \omega t$  справедливо только для источника неограниченной мощности. Поскольку реальные силовые установки имеют конечную мощность взаимодействие источника колебательной энергии с объектом колебаний существует всегда. В ряде случаев это взаимодействие приводит к незначительным отклонениям внешней силы от закона  $P_0 \sin \omega t$ , в других – к значительным, что и именуется эффектом Зоммерфельда.

При этом актуальным является вопрос устойчивости режима взаимодействия при различных значениях круговой частоты  $\omega$ , что соответствует разным скоростям движения автомотрисы.

В рамках подхода В.О. Кононенко [126] рассмотрена задача устойчивости режимов, возникающих при определении низшей частоты изгибных колебаний кузова автомотрисы с помощью вибромашины, устанавливаемой в консольной части кузова.

Кузов автомотрисы представляется в виде однородной балки Бернулли-Эйлера и решение ведется в виде разложения по собственным формам свободной балки. При учёте двух форм разложения рассматриваемая модель имеет 5 степеней свободы, и, вследствие наличия одной циклической координаты, сводится к системе однородных дифференциальных уравнений девятого порядка. Исследование устойчивости с использованием уравнений первого приближения выявило существование значительного эффекта Зоммерфельда [127].

В связи с этим задача уточнения усилий взаимодействии силовой установки с несущей конструкцией кузова за счет определения уровня отклонения действующих на кузов усилий от закона  $P_0 \sin \omega t$  является актуальной.

Для обеспечения учета дополнительного вибрационного воздействия на несущую конструкцию кузова автомотрисы в рамках приведенной в главе 2 гибридной динамической модели необходимо описать дополнительные реакции в опорах силовой установки в виде функции времени  $\vec{F}_1(t)$ .

### ***3.2 Ограничения, принимаемые при моделировании взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автомотрисы***

При создании математической модели взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автомотрисы принимаем следующие ограничения:

1. В модели используются статические характеристики источника энергии.
2. Скорость вращения дизеля изменяется медленно.
3. Воздействие неидеального источника на несущую конструкцию кузова будем получать в виде неявной функции времени  $Q(\alpha, \dot{\alpha})$ , где  $\alpha$  – угловая координата ротора. При этом моделируемая система становится автономной, в отличие от системы с идеальным источником энергии.

При таком подходе существует возможность характеризовать уровень взаимодействия силовой установки и несущей конструкции кузова с использованием поправок на величину коэффициента динамичности.

4. Колебательная система «автомотриса» является линейной в связи с тем, что отказ от линейности сделает задачу практически неразрешимой с точки зрения доведения её до количественных результатов.
5. Движение автомотрисы является равномерным, т.е. все локальные системы координат являются инерциальными.
6. Рассматривается плоское движение.
7. Все тела в модели считаются абсолютно жёсткими.

На основании ограничений 6,7 примем выражения для перемещений в виде:

$$u_x = u + z\theta; \quad u_z = w - x\theta, \quad (3.1)$$

где ось  $x$  направлена вдоль кузова, а ось  $z$  – вертикально вверх.

Далее окончательные выражения представляются в матричном виде, для чего, используя (3.1), вводятся векторы

$$\vec{F}_i = \{u_i, w_i, \theta_i\}, \quad i = \text{к, л, п, д}, \quad (3.2)$$

где к, л, п, д – индексы, обозначающие элементы математической модели автомотрисы: кузов, левую и правую тележки и дизель соответственно.

8. Тележки рессорного подвешивания считаются симметричными.

9. Решение задачи получается методом малого параметра в нулевом и первом приближениях.

10. Существуют установившиеся одночастотные режимы, параметры которых являются функциями параметров объекта.

11. Устойчивость системы исследуется по уравнениям первого приближения на основании ограничения 9.

В случае отсутствия ограничений 9 и 10 устойчивость системы исследовалась бы методами хаотической механики или теории катастроф, что с учетом сложности рассматриваемой задачи является самостоятельной проблемой.

12. Трение в элементах подвешивания считается вязким, что позволит сократить объём преобразований при выводе уравнений на основании использования теоремы Релея о диссипативной функции.

13. При описании пружин рессорного подвешивания используется теория эквивалентного бруса для определения поперечной жёсткости и формула Рело для осевой жёсткости.



### ***3.3 Разработка математической модели взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автомотрисы***

Вывод системы уравнений, описывающей математическую модель автомотрисы, проведём, используя принцип Гамильтона [128]:

$$\delta H = 0; \quad H = \int_t L dt,$$

где  $L$  – лагранжан, имеющий вид:

$$L = U - T,$$

где  $T$  – кинетическая, а  $U$  – внутренняя энергия:

$$U = \Pi - A,$$

где  $\Pi$  – потенциальная энергия;  $A$  – работа внешних сил.

На первом этапе определим выражение для жесткостных параметров пружин подвешивания, применив теорию эквивалентного бруса.

Используемый метод относится к разряду косвенных методов, основанных на приравнивании работы внешних сил для обычного стержня при поперечном изгибе и стержня, моделирующего пружину и имеющего эквивалентную жёсткость одного витка. Для эквивалентной модели Бернулли – Эйлера [130] эквивалентная изгибная жесткость имеет вид :

$$A = \overline{EJ} = \frac{E d^4 h}{32 D n (2 + \nu)}, \quad (3.3)$$

где  $E$  – модуль Юнга,  $\nu$  – коэффициент Пуассона,  $d$  – диаметр прутка,  $D$  – диаметр пружины по средней линии,  $h$  – высота пружины (под нагрузкой) и  $n$  – число рабочих витков.

Воспользовавшись (3.3), получим для плоского стержня Бернулли – Эйлера матрицу жёсткости третьего порядка.

Используя гипотезу плоских сечений и считая касательные напряжения равными нулю (схема Бернулли-Эйлера), запишем поперечные перемещения для стержня в виде [131]:

$$u_z = -x\theta(z); \quad \theta = u', \quad u_x = u,$$

причём ось  $x$  примем как главную центральную.

Воспользовавшись законом Гука  $\sigma_z = E\varepsilon_z$ ;  $\varepsilon_z = -xu''$ , и проведя интегрирование по площади поперечного сечения, придём к выражению для вариации потенциальной энергии в виде:

$$\delta\Pi = (M\delta\theta + Q\delta u) \Big|_z, \quad (3.4)$$

причем значения  $Q$ ,  $M$ ,  $\theta$ ,  $u$  определяются из системы однородных дифференциальных уравнений четвёртого порядка:

$$Q' = 0; \quad M' = -Q; \quad M = A\theta'; \quad \theta = u'. \quad (3.5)$$

Решение (3.5) и подстановка его в (3.4) даёт следующее выражение для  $\delta\Pi$ :

$$\delta\Pi = (-b_1u_{\text{в}} - b_1u_{\text{н}} - b_2\theta_{\text{н}} - b_2\theta_{\text{в}})\delta u_{\text{в}} + (-b_1u_{\text{в}} + b_1u_{\text{н}} + b_2\theta_{\text{н}} + b_2\theta_{\text{в}})\delta u_{\text{н}} + \\ + (-b_2u_{\text{в}} + b_2u_{\text{н}} + b_4\theta_{\text{н}} + b_3\theta_{\text{в}})\delta\theta_{\text{в}} + (-b_2u_{\text{в}} + b_2u_{\text{н}} + b_3\theta_{\text{н}} + b_4\theta_{\text{в}})\delta\theta_{\text{н}}, \quad (3.6)$$

где:

$$b_1 = \frac{12A}{h^3}; \quad b_2 = \frac{6A}{h^2}; \quad b_3 = \frac{4A}{h}; \quad b_4 = \frac{2A}{h}, \quad (3.7)$$

Индексы (в) и (н) означают соответственно верх и низ стержня.

Для осевой жёсткости пружин  $C_z$  будем использовать вариант формулы

Рело в модификации, которая приведена в [15]:

$$C_z = \frac{Gd^4}{8D^3n\psi}; \quad \psi = \begin{cases} 1 - \frac{3}{16i}, \forall i \leq 5, \\ 1, \forall i > 5 \end{cases}. \quad (3.8)$$

где  $i = \frac{D}{d}$  – индекс пружины,  $G$  – модуль сдвига материала пружины.

В соответствие с зависимостью (3.7), величины  $b_i$  зависят от высоты  $h$  комплекта под осевой нагрузкой. Рассматривая нагружение комплекта пружин разной высоты осевой нагрузкой  $P$ , можно получить алгоритм для определения суммарной осевой жёсткости  $C_{z\Sigma}$  и коэффициентов  $b_i$ :

$$1) \quad C_{z\Sigma} = \sum_i C_{z_i},$$

где  $C_{z_i}$  – осевая жёсткость пружин, определяемая по зависимости (3.8);

$$2) \quad \Delta = \frac{1}{C_{z\Sigma}} [P + \sum_{i=1} C_{z_i} (\max h_{oj} - h_{oi})],$$

$$3) \quad h = \max h_{oj} - \Delta;$$

$$4) \quad b_j = \sum_{i=1} b_{ji}(h). \quad (3.9)$$

Полученные соотношения будем использовать при построении матриц жёсткости пружинных комплектов центрального и буксового подвешивания.

Для получения матриц жёсткости пружин подвешивания автотрисы рассмотрим схему, представленную на рисунке 3.1

Свяжем с кузовом и тележками локальные системы координат ( $x$ ,  $z$ ) с осями, параллельными соответствующим глобальным осям. Для нахождения вариации потенциальной энергии, связанной с пружинами рессорного подвешивания, используем аппроксимацию перемещений в виде зависимости (3.1) и соответствующую ей векторную запись (3.2). При этом координаты точек 1, 2 в выражении (3.1) следует брать в локальной системе координат кузова, а точек 3 – 8 – в системе координат левой и правой тележек.

Считая кузов однородным телом, а тележки симметричными, получим, что на одноимённые комплекты пружин подвешивания действует одинаковая осевая нагрузка. Тогда для однорядных комплектов осевая жёсткость может быть определена по формулам (3.8), а для комплектов разновысоких пружин – в соответствии с алгоритмом (3.9), при этом  $P$  на шаге 2 алгоритма определяется:

- для центрального подвешивания:

$$P_{ц} = \frac{Q_{к}}{2n_{ц}},$$

где  $Q_{к}$  – вес кузова,  $n_{ц}$  – число комплектов в центральном подвешивании одной тележки;

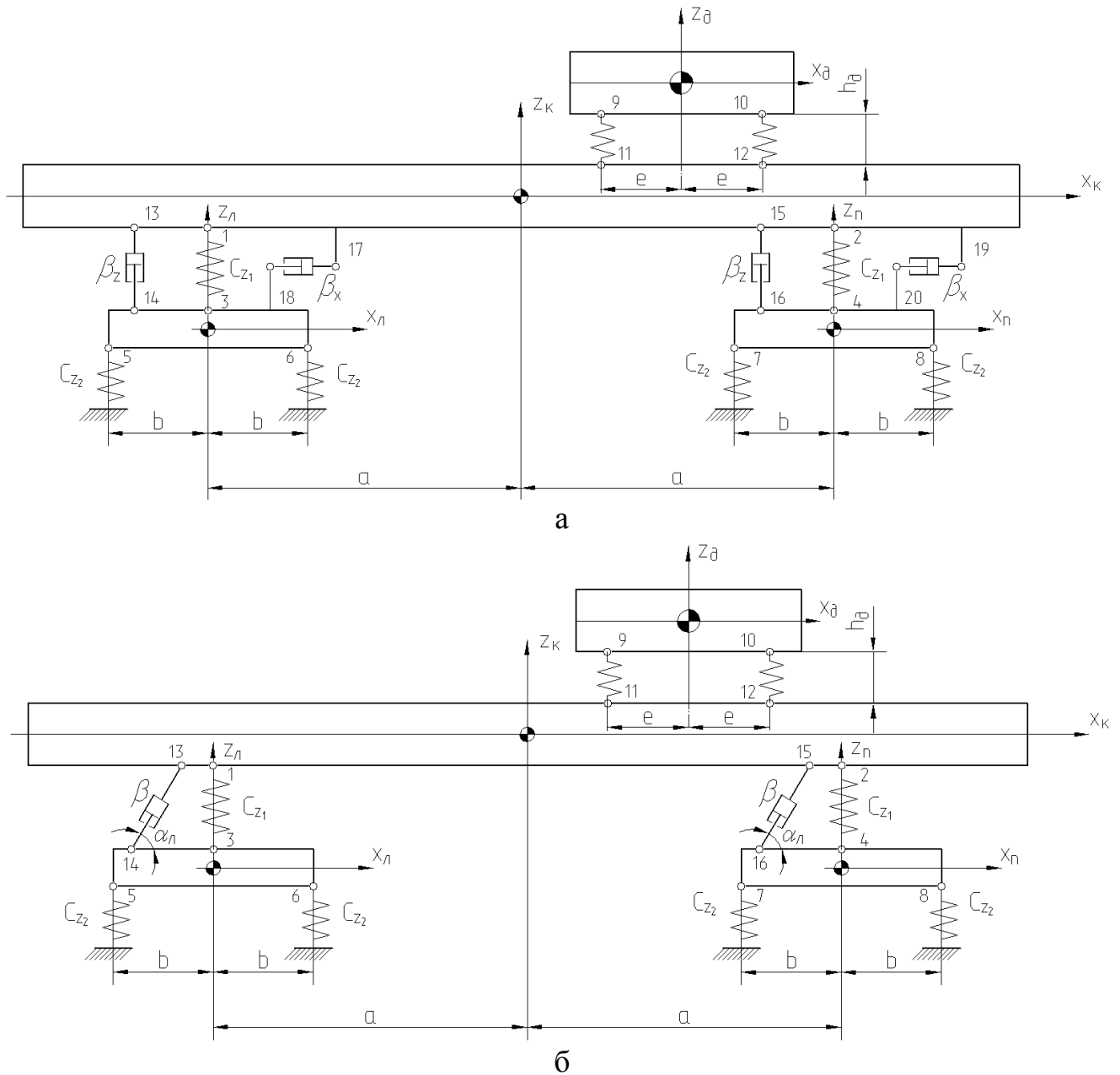


Рисунок 3.1 – Математическая модель автомотрисы: а – с отдельными гасителями; б – с наклонными гасителями

- для буксового подвешивания:

$$P_{\text{б}} = \frac{Q_{\text{к}} + Q_{\text{т}}}{2n_{\text{б}}},$$

где  $Q_{\text{т}}$  – вес рамы тележки,  $n_{\text{б}}$  – число комплектов буксовых пружин на одну тележку.

Определив  $h$  и вычислив  $b_i$  по зависимости (3.7), воспользуемся (3.6), имея в виду, что для левой тележки:

$$u_{\text{в}} = u_{x_1} = u_{\text{к}} + z_1 \theta_{\text{к}}; \quad u_{\text{н}} = u_{x_3} = u_{\text{л}} + z_3 \theta_{\text{л}}; \quad (3.10)$$

Подставим выражение (3.10) в (3.6) и учтем добавку в потенциальную энергию левой тележки от осевой жёсткости:

$$\Pi_{z_1} = \frac{c_{z_1}}{2} (u_{z_1} - u_{z_3})^2 \quad (3.11)$$

где

$$u_{z_1} = w_{\text{к}} - a\theta_{\text{к}}; \quad u_{z_3} = w_{\text{л}}$$

Проведя вычисления, получим выражение для потенциальной энергии центрального подвешивания левой тележки в виде:

$$\delta\Pi_{\text{цл}} = \delta\vec{F}_{\text{к}}^* (\mathbf{A}_{1\text{л}} \vec{F}_{\text{п}} + \mathbf{A}_{2\text{л}} \vec{F}_{\text{л}}) + \delta\vec{F}_{\text{л}}^* (\mathbf{A}_{2\text{л}}^* \vec{F}_{\text{к}} + \mathbf{A}_3 \vec{F}_{\text{л}}). \quad (3.12)$$

(Индекс (\*), указанный в дальнейших формулах обозначает транспонирование.)

где:

$$\mathbf{A}_{1\text{л}} = \mathbf{A}_1(a); \quad \mathbf{A}_{2\text{л}} = \mathbf{A}_2(a), \quad (3.13)$$

а матрицы жёсткости (3-го порядка) имеют вид:

$$\mathbf{A}_1(a) = \left\| \begin{array}{ccc} b_1 & 0 & (b_1 z_1 - b_2) \\ 0 & C_{z_1} & C_{z_1} \\ (b_1 z_1 - b_2) & C_{z_1} a & (b_1 z_1^2 - 2b_2 z_1 + b_3 + C_{z_1} a^2) \end{array} \right\|;$$

$$\mathbf{A}_2(a) = \left\| \begin{array}{ccc} -b_1 & 0 & -(b_1 z_3 + b_2) \\ 0 & -C_{z_1} & 0 \\ -(b_1 z_1 - b_2) & -C_{z_1} a & (b_2(z_3 - z_1) + b_4 - b_1 z_1 z_3) \end{array} \right\|. \quad (3.14)$$

$$\mathbf{A}_3 = \left\| \begin{array}{ccc} b_1 & 0 & (b_1 z_3 + b_2) \\ 0 & C_{z_1} & 0 \\ (b_1 z_3 + b_2) & 0 & (b_1 z_3^2 + 2b_2 z_3 + b_3) \end{array} \right\|. \quad (3.15)$$

Считая, что левые и правые тележки автотрисы идентичны, получим для потенциальной энергии центрального подвешивания правой тележки выражение, аналогичное (3.12):

$$\delta\Pi_{\text{цп}} = \delta\vec{F}_k^*(\mathbf{A}_{1\text{п}}\vec{F}_k + \mathbf{A}_{2\text{п}}\vec{F}_\text{п}) + \delta\vec{F}_\text{п}^*(\mathbf{A}_{2\text{п}}^*\vec{F}_k + \mathbf{A}_3\vec{F}_k), \quad (3.16)$$

при этом матрицы жёсткости  $\mathbf{A}_{1\text{п}}$ ,  $\mathbf{A}_{2\text{п}}$  отличаются от (3.13) знаком аргумента:

$$\mathbf{A}_{1\text{п}} = \mathbf{A}_1(-a); \quad \mathbf{A}_{2\text{п}} = \mathbf{A}_2(-a),$$

Проведя для пружин буксового подвешивания аналогичные преобразования и учитывая, что (для левой тележки):

$$u_{x_5} = u_{x_6} = u_{B_5} = u_{B_6} = u_{\text{л}} + z_5\theta_{\text{л}};$$

$$u_{z_5} = w_{\text{л}} + b\theta_{\text{л}}, \quad u_{z_6} = w_{\text{л}} - b\theta_{\text{л}},$$

можем получить выражение, характеризующее добавку в потенциальную энергию перемещений буксовых пружин в следующем виде:

$$\delta\Pi_\delta = \mathbf{A}_4\delta\vec{F}_v, \quad i = \text{л, п}, \quad (3.17)$$

где матрица жёсткости  $\mathbf{A}_4$  имеет вид:

$$\mathbf{A}_4 = \left\| \begin{array}{ccc} 2b_1 & 0 & 2(b_1z_5 - b_2) \\ 0 & 2C_{z_2} & 0 \\ 2(b_1z_5 - b_2) & 0 & [2z_5(b_1z_5 - 2b_2) + b_3 + C_{z_2}b^2] \end{array} \right\|, \quad (3.18)$$

где  $b_i$  вычисляются по зависимости (3.7), а высота  $h$ , входящая в них, находится в соответствии с алгоритмом (3.9).

При получении матриц жёсткости для опор силовой установки схема ее крепления к кузову изображена на рисунке 3.1

Учитывая, что силовая установка имеет вертикальную плоскость симметрии и расстояние между этой плоскостью и осями опор одинаковы, примем, что у положения статического равновесия опоры можно считать упругими и имеющими линейные жесткости  $C_x$  и  $C_z$ .

При получении для опор силовой установки полного набора данных, позволяющих описать их жёсткостные характеристики, будем считать, что механизм сдвига установки описывается схемой, представленной на рисунке 3.2. Подобный подход близок к описанию сдвига пружин, принятому в [132]. В

отличие от схемы рисунка 3.1 в данном случае не возникает момент от взаимного горизонтального смещения силовой установки и кузова автототрисы.

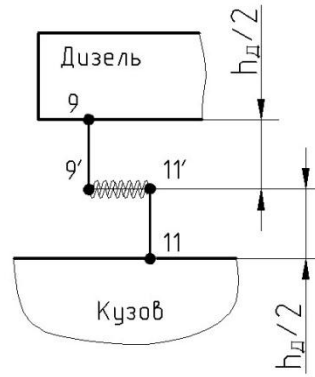


Рисунок 3.2 – Схема реализации сдвигов в опорах силовой установки

Введя обозначения:

$$\Delta_1 = z_9 - \frac{h_д}{2}; \quad \Delta_2 = z_{11} + \frac{h_д}{2}, \quad (3.19)$$

можем записать перемещения точек 9' и 11' в виде:

$$u_{x_{9'}} = u_д + \Delta_1 \theta_д, \quad u_{x_{11'}} = u_к + \Delta_2 \theta_к \quad (3.20)$$

в выражениях (3.19, 3.20)  $z_9$  учитывается в локальной системе силовой установки, а  $z_{11}$  – в локальной системе кузова. После этого можно записать выражение для потенциальной энергии опор силовой установки в виде:

$$\Pi = 2 \frac{c_x}{2} (u_д + \Delta_1 \theta_д - u_к - \Delta_2 \theta_к)^2 + \frac{c_z}{2} [(u_{z_9} - u_{z_{11}})^2 + (u_{z_{10}} - u_{z_{12}})^2]. \quad (3.21)$$

В соответствии с аппроксимацией (3.1) в выражении (3.2) подставляется:

$$u_{z_9} = w_д + e \theta_д, \quad u_{z_{10}} = w_д - e \theta_д, \quad u_{z_{11}} = w_к - x_{11} \theta_к, \quad u_{z_{12}} = w_к - x_{12} \theta_к.$$

После проведения варьирования выражения (3.21), учитывая, что координаты  $x_{11}$ ,  $x_{12}$  связаны соотношением:

$$x_{12} = x_{11} + 2e,$$

получим выражение для добавки жесткости опор силовой установки в потенциальную энергию:

$$\delta \Pi = \delta \vec{F}_к^* (\mathbf{A}_5 \vec{F}_к + \mathbf{A}_{кд} \vec{F}_д) + \delta \vec{F}_д^* (\mathbf{A}_{кд}^* \vec{F}_к + \mathbf{A}_{дд} \vec{F}_д), \quad (3.22)$$

где введены следующие матрицы жёсткости:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_5 &= \left\| \begin{array}{ccc} 2C_x & 0 & 2C_x\Delta_2 \\ 0 & 2C_z & -C_z(x_{11} + x_{12}) \\ 2C_x\Delta_2 & -C_z(x_{11} + x_{12}) & [2C_x\Delta_2^2 + C_z(x_{11}^2 + x_{12}^2)] \end{array} \right\|; \\
 \mathbf{A}_{\text{кд}} &= \left\| \begin{array}{ccc} -2C_x & 0 & -2C_x\Delta_1 \\ 0 & -2C_z & 0 \\ -2C_x\Delta_2 & C_z(x_{11} + x_{12}) & -2(C_x\Delta_1\Delta_2 + C_z e^2) \end{array} \right\|; \\
 \mathbf{A}_{\text{дд}} &= \left\| \begin{array}{ccc} 2C_x & 0 & 2C_x\Delta_1 \\ 0 & 2C_z & 0 \\ 2C_x\Delta_1 & 0 & 2(C_x\Delta_1^2 + C_z e^2) \end{array} \right\|. \tag{3.23}
 \end{aligned}$$

Предполагая, что трение в опорах дизеля соответствует вязкой модели Фойхта, матрицы демпфирования выражаются из зависимости (3.23) заменой  $C_x$ ,  $C_z$  на  $\beta_x$ ,  $\beta_z$  [128]:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{V}_7 &= \mathbf{A}_5(\beta_x, \beta_z); \\
 \mathbf{V}_{\text{кд}} &= \mathbf{A}_{\text{кд}}(\beta_x, \beta_z); \\
 \mathbf{V}_{\text{дд}} &= \mathbf{A}_{\text{дд}}(\beta_x, \beta_z) \tag{3.24}
 \end{aligned}$$

Поскольку точки крепления гасителей не совпадают с точками следа оси соответствующих пружин, каждый из гасителей рассматривается отдельно.

При выводе матрицы демпфирования подвешивания воспользуемся теоремой Релея о диссипативной функции, считая, что в подвешивании существует фойхтовское вязкое трение.

Для центральной ступени подвешивания рассматриваются два варианта гашения: отдельные и наклонные гасители. Схема нумерации точек для случая отдельного гашения представлена на рисунке 3.1, а.

Рассмотрим левую тележку на рисунке 3.1, а. В собственных локальных осях запишем выражение для добавки гасителей в потенциальную энергию:

$$\delta\Pi_{\beta_1} = (\dot{u}_{z_{13}} - \dot{u}_{z_{14}})\beta_z(\delta u_{z_{13}} - \delta u_{z_{14}}) + (\dot{u}_{x_{17}} - \dot{u}_{x_{18}})\beta_x(\delta u_{x_{13}} - \delta u_{x_{18}}), \tag{3.25}$$

где индекс  $(\dot{\phantom{a}})$  означает дифференцирование по времени.



Координаты точек 13 и 17 задаются в осях кузова, а точек 14, 18 – в осях левой тележки.

Подставив в (3.25) перемещения:

$$\begin{aligned} u_{x_{17}} &= u_{\kappa} + z_{17}\theta_{\kappa}; & u_{x_{18}} &= u_{\lambda} + z_{18}\theta_{\lambda}; \\ u_{z_{13}} &= w_{\kappa} + x_{13}\theta_{\kappa}; & u_{z_{14}} &= w_{\lambda} - x_{14}\theta_{\lambda} \end{aligned}$$

и добавив аналогичные выражения для правой тележки, получим:

$$\delta\Pi_{\beta_1} = \delta\vec{F}_{\kappa}^* (\mathbf{B}_1 \vec{F}'_{\kappa} + \mathbf{B}_{\kappa\lambda} \vec{F}'_{\lambda} + \mathbf{B}_{\kappa\pi} \vec{F}'_{\pi}) + \delta\vec{F}_{\lambda}^* (\mathbf{B}_{\kappa\lambda}^* \vec{F}'_{\kappa} + \mathbf{B}_4 \vec{F}'_{\lambda}) + \delta\vec{F}_{\pi}^* (\mathbf{B}_{\kappa\pi}^* \vec{F}'_{\kappa} + \mathbf{B}_5 \vec{F}'_{\pi}), \quad (3.26)$$

(здесь знак  $(\prime)$  также означает дифференцирование вектора по времени),

где:

$$\mathbf{B}_1 = \left\| \begin{array}{ccc} 2\beta_x & 0 & \beta_x(z_{17} + z_{19}) \\ 0 & 2\beta_z & -\beta_z(x_{13} + x_{15}) \\ \beta_x(z_{17} + z_{19}) & -\beta_z(x_{13} + x_{15}) & [\beta_z(x_{13}^2 + x_{15}^2) + \beta_x(z_{17}^2 + z_{19}^2)] \end{array} \right\|;$$

$$\mathbf{B}_{\kappa\lambda} = \mathbf{B}_2(x_{13}, x_{14}, z_{17}, z_{18}); \quad \mathbf{B}_{\kappa\pi} = \mathbf{B}_2(x_{15}, x_{16}, z_{19}, z_{20});$$

$$\mathbf{B}_4 = \mathbf{B}_3(x_{14}, z_{18}); \quad \mathbf{B}_5 = \mathbf{B}_3(x_{16}, z_{20}),$$

а  $\mathbf{B}_2, \mathbf{B}_3$  имеют вид:

$$\mathbf{B}_2(x_i, x_j, z_m, z_n) = \left\| \begin{array}{ccc} -\beta_x & 0 & -\beta_x z_n \\ 0 & -\beta_z & \beta_z x_j \\ -\beta_x z_m & \beta_z x_i & -(\beta_z x_i x_j + \beta_x z_m z_n) \end{array} \right\|;$$

$$\mathbf{B}_3(x, z) = \left\| \begin{array}{ccc} \beta_x & 0 & \beta_x z \\ 0 & \beta_z & -\beta_z x \\ \beta_x z & -\beta_z x & \beta_z x^2 + \beta_x z^2 \end{array} \right\|. \quad (3.27)$$

Для варианта наклонных гасителей нумерация точек показана на рисунке 3.1, б.

Углы  $\alpha_{\lambda}$  и  $\alpha_{\pi}$  отсчитываются от положительного направления оси  $x$  против часовой стрелки. Спроектируем перемещения  $u_x$  и  $u_z$  для левой тележки на направление вектора  $\overline{14,13}$ :

$$\text{пр } u_{13} = u_{x_{13}} c_{\lambda} + u_{z_{13}} s_{\lambda}; \quad \text{пр } u_{14} = u_{x_{14}} c_{\lambda} + u_{z_{14}} s_{\lambda}, \quad (3.28)$$

где  $c_i = \cos \alpha_i$ ,  $s_i = \sin \alpha_i$ ,  $i = л, п$ .

Разность проекций (3.28) даёт взаимное смещение точек крепления гасителя:

$$\Delta_{\text{пр } u} = (u_{x_{13}} - u_{x_{14}})c_{л} + (u_{z_{13}} - u_{z_{14}})s_{л}.$$

Подставив сюда перемещения:

$$u_{x_{13}} = u_{к} + z_{13}\theta_{к}; \quad u_{x_{14}} = w_{л} + z_{14}\theta_{л};$$

$$u_{z_{13}} = w_{к} - x_{13}\theta_{к}; \quad u_{z_{14}} = w_{л} - x_{14}\theta_{л}$$

и обозначив:

$$\bar{z}_{13} = z_{13}c_{л} - x_{13}s_{л}; \quad \bar{z}_{14} = z_{14}c_{л} - x_{14}s_{л},$$

получим:

$$\Delta_{\text{пр } u_{л}} = u_{к}c_{л} + w_{к}s_{л} + \theta_{к}\bar{z}_{13} - u_{л}c_{л} - w_{л}s_{л} - \theta_{л}\bar{z}_{14}.$$

Записав далее

$$\delta\Pi_{\beta_1} = \delta\Delta_{\text{пр } u_{л}}\beta\Delta_{\text{пр } \dot{u}_{л}},$$

проведя аналогичные действия для правой тележки и выполнив группировки, получим выражение аналогичное (3.26) с матрицами, входящими в него и отличными от (3.27):

$$\mathbf{B}_1 = \left\| \begin{array}{ccc} \beta(c_{л}^2 + c_{п}^2) & \beta(s_{л}c_{л} + s_{п}c_{п}) & \beta(\bar{z}_{13}c_{л} + \bar{z}_{15}c_{п}) \\ \beta(s_{л}c_{л} + s_{п}c_{п}) & \beta(s_{л}^2 + s_{п}^2) & \beta(\bar{z}_{13}s_{л} + \bar{z}_{15}s_{п}) \\ \beta(\bar{z}_{13}c_{л} + \bar{z}_{15}c_{п}) & \beta(\bar{z}_{13}s_{л} + \bar{z}_{15}s_{п}) & \beta(\bar{z}_{13}^2 + \bar{z}_{15}^2) \end{array} \right\|;$$

$$\mathbf{B}_{кл} = \mathbf{B}_2^п(\bar{z}_{13}, \bar{z}_{14}); \quad \mathbf{B}_{кп} = \mathbf{B}_2^л(\bar{z}_{15}, \bar{z}_{16});$$

$$\mathbf{B}_4 = \mathbf{B}_3^п(\bar{z}_{14}); \quad \mathbf{B}_5 = \mathbf{B}_3^л(\bar{z}_{16});$$

$$\mathbf{B}_2^к(z_i, z_j) = - \left\| \begin{array}{ccc} \beta c_{к}^2 & \beta s_{к}c_{к} & \beta z_j c_{к} \\ \beta s_{к}c_{к} & \beta s_{к}^2 & \beta z_j s_{к} \\ \beta z_i c_{к} & \beta z_i s_{к} & \beta z_i z_j \end{array} \right\|;$$

$$\mathbf{B}_3^k(z) = \begin{vmatrix} \beta c_k^2 & \beta s_k c_k & \beta_z c_k \\ \beta s_k c_k & \beta s_k^2 & \beta_z s_k \\ \beta_z c_k & \beta_z s_k & \beta_z^2 \end{vmatrix}. \quad (3.29)$$

Принимая, что в буксовом подвешивании существует демпфирование только вертикальных движений и выполняя аналогичные преобразования, получим:

$$\delta \Pi_{\beta_2} = \delta \vec{F}_i^* \mathbf{B}_6 \vec{F}_i', \quad i = \text{л, п} \quad (3.30)$$

где

$$\mathbf{B}_6 = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2\beta_{z_2} & 0 \\ 0 & 0 & 2\beta_{z_2} b^2 \end{vmatrix} \quad (3.31)$$

( $b$  – см. на рисунке 3.1.)

Вычисления кинетической энергии для кузова и тележек производится с учетом предположения о том, что центры соответствующих масс совпадают с началом соответствующей локальной системы координат.

После интегрирования по частям по времени выражений  $\int_t \delta T$  получим:

$$\delta T_k = -\delta \vec{F}_k^* \mathbf{M}_k \vec{F}_k''; \quad \delta T_i = -\delta \vec{F}_i^* \mathbf{M}_T \vec{F}_i'', \quad i = \text{л, п}, \quad (3.32)$$

где матрицы масс имеют вид:

$$\mathbf{M}_k = \text{diag} (m_k, m_k, I_k); \quad \mathbf{M}_T = \text{diag} (m_T, m_T, I_T), \quad (3.33)$$

где  $I_i$  – массовый момент инерции  $i = \text{к, т}$ .

При рассмотрении кинетической энергии вращающихся частей силовой установки (далее - ротор), с учетом ограничения 5 п. 3.2 можем записать:

$$\delta T_d = -\delta \vec{F}_d^* \mathbf{M}_d \vec{F}_d'' \quad , \quad (3.34)$$

где  $\mathbf{M}_d$  по аналогии с (33) имеет вид:

$$\mathbf{M}_d = \text{diag} (m_d, m_d, I_d).$$

За счёт вращения уравновешенного ротора по закону  $\alpha = \alpha(t)$  получаем стандартную добавку в виде:

$$\delta T_p = -I_p \ddot{\alpha} \delta \alpha \quad (3.35)$$

Принимая, что на роторе имеется несколько сосредоточенных масс  $m_i$ , характеризующихся радиусами вращения  $R_i$  и углом ориентации относительно горизонтальной оси в начальном положении  $\alpha_i$ , в соответствии с рисунком 3.3, координаты точки  $m_i$  в произвольный момент времени можно записать в виде:

$$\begin{aligned} x_m &= x_{m_0} + u_d + z_0 \theta_d + R_i \cos(\alpha_i + \alpha); \\ z_m &= z_{m_0} + w_d - x_0 \theta_d + R_i \sin(\alpha_i + \alpha), \end{aligned} \quad (3.36)$$

где  $x_{m_0}, z_{m_0}$  – координаты массы до начала движения,  $(x_0, z_0)$  – координаты оси ротора в системе координат дизеля.

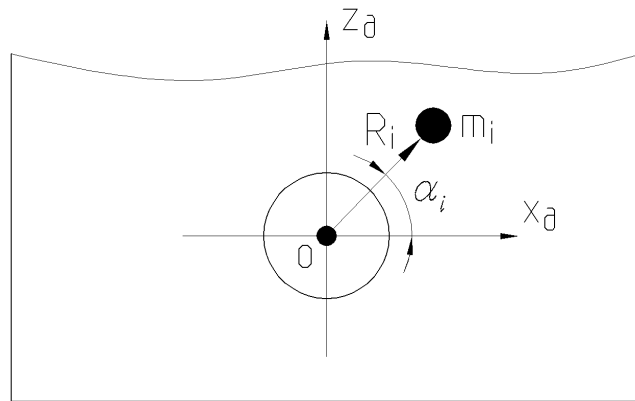


Рисунок 3.3 – Схема дисбалансов

После подстановки зависимости (3.36) в выражение для кинетической энергии, варьирования, интегрирования по частям по времени и сложения с выражениями (3.34, 3.35), получим:

$$\begin{aligned} \delta T_d &= \delta F_d^* \left[ -M_d \overline{F_d''} + \ddot{\alpha} (\overline{q_1^*} \sin \alpha + \overline{q_2^*} \cos \alpha) - \dot{\alpha}^2 (\overline{q_2^*} \sin \alpha - \overline{q_1^*} \cos \alpha) \right] + \delta \alpha \left[ -n_2 \ddot{\alpha} + \right. \\ &\quad \left. + (\overline{q_1^*} \sin \alpha + \overline{q_2^*} \cos \alpha) \overline{F_d''} \right] \end{aligned} \quad (3.37)$$

где:

$$\overline{q_1^*} = \sum_i m_i R_i \{c_i, s_i, \bar{z}_{0_i}\}; \quad \overline{q_2^*} = \sum_i m_i R_i \{s_i, -c_i, \bar{x}_{0_i}\};$$

$$\overline{x_{0i}} = z_0 s_i + x_0 c_i; \quad \overline{z_{0i}} = z_0 c_i - x_0 s_i;$$

$$s_i = \sin \alpha_i; \quad c_i = \cos \alpha_i;$$

$$n_2 = I_p + \sum_i m_i R_i^2, \quad (3.38)$$

причём суммирование в (3.38) распространяется на все сосредоточенные массы.

Для окончательной формулировки математической модели необходимо вычислить работу вращающего момента  $M$ :

$$\delta A_1 = (M - k\dot{\alpha})\delta\alpha, \quad (3.39)$$

где  $k$  – коэффициент вязкого трения (возможно зависящий от числа оборотов дизеля), а также работу сил сопротивления переносному движению:

$$\delta A_2 = P_c \delta S, \quad (3.40)$$

где  $S$  – путь, пройденный вагоном в переносном движении.

В экспериментальных исследованиях обычно получают зависимость тягового усилия  $F_c$  от скорости движения  $V$ . Приняв, что:

$$|P_c| = |F_c|,$$

выражение (3.40) переписываем в виде:

$$\delta A_2 = P_c(V)\delta S. \quad (3.41)$$

Считая, что:

$$S = k_\alpha \alpha,$$

где  $k_\alpha$  – размерный коэффициент, с учетом которого можно записать:

$$V = k_\alpha \dot{\alpha}.$$

Тогда выражение (3.41) примет вид:

$$\delta A_2 = P_c(k_\alpha \dot{\alpha})k_\alpha \delta\alpha \quad (3.42)$$

Объединяя выражения:

(3.12, 3.16, 3.17, 3.22) – для потенциальной энергии;

(3.24, 3.26, 3.30) – для работы сил трения;

(3.32, 3.37) – для кинетической энергии;

(3.39, 3.42) – для работы момента и силы тяги и учитывая независимость векторов  $\vec{F}_k$ ,  $\vec{F}_l$ ,  $\vec{F}_\Pi$ ,  $\vec{F}_d$  и переменной  $\alpha$ , получим систему однородных дифференциальных уравнений следующего вида:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}_k \vec{F}'_k + \mathbf{A}_{kk} \vec{F}_k + \mathbf{B}_{kk} \vec{F}'_k + \mathbf{A}_{kl} \vec{F}_l + \mathbf{B}_{kl} \vec{F}'_l + \mathbf{A}_{k\Pi} \vec{F}_\Pi + \mathbf{B}_{k\Pi} \vec{F}'_\Pi + \mathbf{A}_{kd} \vec{F}_d + \mathbf{B}_{kd} \vec{F}'_d &= \vec{\phi}; \\ \mathbf{M}_l \vec{F}'_l + \mathbf{A}_{ll} \vec{F}_l + \mathbf{B}_{ll} \vec{F}'_l + \mathbf{A}_{kl}^* \vec{F}_k + \mathbf{B}_{kl}^* \vec{F}'_k &= \vec{\phi}; \\ \mathbf{M}_\Pi \vec{F}'_\Pi + \mathbf{A}_{\Pi\Pi} \vec{F}_\Pi + \mathbf{B}_{\Pi\Pi} \vec{F}'_\Pi + \mathbf{A}_{k\Pi}^* \vec{F}_k + \mathbf{B}_{k\Pi}^* \vec{F}'_k &= \vec{\phi}; \\ \mathbf{M}_d \vec{F}'_d + \mathbf{A}_{dd} \vec{F}_d + \mathbf{B}_{dd} \vec{F}'_d + \mathbf{A}_{kd}^* \vec{F}_k + \mathbf{B}_{kd}^* \vec{F}'_k - \ddot{\alpha}(\vec{q}_1 \sin \alpha + \vec{q}_2 \cos \alpha) + \\ + \dot{\alpha}^2(\vec{q}_2 \sin \alpha - \vec{q}_1 \cos \alpha) &= \vec{\phi}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

$$n_2 \ddot{\alpha} + \kappa \dot{\alpha} - (\vec{q}_1^* \sin \alpha + \vec{q}_2^* \cos \alpha) \vec{F}'_d = M_0. \quad (3.44)$$

В уравнения (3.43) введены обозначения:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{kk} &= \mathbf{A}_{1l} + \mathbf{A}_{1\Pi} + \mathbf{A}_5; & \mathbf{A}_{kl} &= \mathbf{A}_{2l}; & \mathbf{A}_{k\Pi} &= \mathbf{A}_{2\Pi}; \\ \mathbf{A}_{ll} &= \mathbf{A}_{\Pi\Pi} = \mathbf{A}_{\text{ТТ}} = \mathbf{A}_3 + \mathbf{A}_4; \\ \mathbf{B}_{kk} &= \mathbf{B}_1 + \mathbf{B}_7; & \mathbf{B}_{ll} &= \mathbf{B}_4 + \mathbf{B}_6; & \mathbf{B}_{\Pi\Pi} &= \mathbf{B}_5 + \mathbf{B}_6, \end{aligned} \quad (3.45)$$

где  $\vec{\phi}$  - нулевой вектор 3-го порядка.

В уравнении (3.44), введено обозначение:

$$M_0 = M - P_c(V(\dot{\alpha}))k_\alpha. \quad (3.46)$$

Система (3.43, 3.44) является автономной и в выражении (3.44) выполняется обобщение теоремы Бетти. Матрицы  $\mathbf{A}_{ij}$  и  $\mathbf{B}_{ij}$  преобразованы блочные матрицы  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$ , и для них выполняется условие  $a_{mn} = a_{nm}$ ,  $b_{mn} = b_{nm}$ ,  $m, n = \overline{1, 24}$ .

Для приближённого решения системы (3.43, 3.44) представим вектора  $\vec{F}_i$  в виде:

$$\vec{F}_i = \vec{f}_i \sin \alpha + \vec{\psi}_i \cos \alpha, \quad i = k, l, \Pi, d \quad (3.47)$$

Подстановка (3.47) в (3.43) и использование метода неопределённых коэффициентов приводит к системе уравнений относительно  $\vec{f}_i$  и  $\vec{\psi}_i$  вдвое большего порядка:

$$\begin{aligned}
& \mathbf{M}_K \left( \vec{f}_K'' - 2\vec{\psi}_K' \dot{\alpha} - \vec{f}_K \dot{\alpha}^2 - \vec{\psi}_K \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KK} \vec{f}_K + \mathbf{B}_{KK} \left( \vec{f}_K' - \vec{\psi}_K \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KL} \vec{f}_L + \mathbf{B}_{KL} \left( \vec{f}_L' - \vec{\psi}_L \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KP} \vec{f}_P + \mathbf{B}_{KP} \left( \vec{f}_P' - \vec{\psi}_P \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KD} \vec{f}_D + \mathbf{B}_{KD} \left( \vec{f}_D' - \vec{\psi}_D \dot{\alpha} \right) = \vec{\phi} \quad ; \\
& \mathbf{M}_K \left( \vec{\psi}_K'' + 2\vec{f}_K' \dot{\alpha} - \vec{\psi}_K \dot{\alpha}^2 + \vec{f}_K \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KK} \vec{\psi}_K + \mathbf{B}_{KK} \left( \vec{\psi}_K' + \vec{f}_K \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KL} \vec{\psi}_L + \\
& + \mathbf{B}_{KL} \left( \vec{\psi}_L' + \vec{f}_L \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KP} \vec{\psi}_P + \mathbf{B}_{KP} \left( \vec{\psi}_P' + \vec{f}_P \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KD} \vec{\psi}_D + \mathbf{B}_{KD} \left( \vec{\psi}_D' + \vec{f}_D \dot{\alpha} \right) = \vec{\phi} \quad ; \\
& \mathbf{M}_T \left( \vec{f}_L'' - 2\vec{\psi}_L' \dot{\alpha} - \vec{f}_L \dot{\alpha}^2 - \vec{\psi}_L \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{TT} \vec{f}_L + \mathbf{B}_{LL} \left( \vec{f}_L' - \vec{\psi}_L \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KL}^* \vec{f}_K + \mathbf{B}_{KL}^* \left( \vec{f}_K' - \vec{\psi}_K \dot{\alpha} \right) = \vec{\phi} \quad ; \\
& \mathbf{M}_T \left( \vec{\psi}_K'' + 2\vec{f}_L' \dot{\alpha} - \vec{\psi}_L \dot{\alpha}^2 + \vec{f}_L \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{TT} \vec{\psi}_L + \mathbf{B}_{LL} \left( \vec{\psi}_L' + \vec{f}_L \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KL}^* \vec{\psi}_K + \\
& + \mathbf{B}_{KL}^* \left( \vec{\psi}_K' + \vec{f}_K \dot{\alpha} \right) = \vec{\phi} \quad ; \\
& \mathbf{M}_T \left( \vec{f}_P'' - 2\vec{\psi}_P' \dot{\alpha} - \vec{f}_P \dot{\alpha}^2 - \vec{\psi}_P \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{TT} \vec{f}_P + \mathbf{B}_{PP} \left( \vec{f}_P' - \vec{\psi}_P \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KP}^* \vec{f}_K + \mathbf{B}_{KP}^* \left( \vec{f}_K' - \vec{\psi}_K \dot{\alpha} \right) = \vec{\phi} \quad ; \\
& \mathbf{M}_T \left( \vec{\psi}_P'' + 2\vec{f}_P' \dot{\alpha} - \vec{\psi}_P \dot{\alpha}^2 + \vec{f}_P \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{TT} \vec{\psi}_P + \mathbf{B}_{PP} \left( \vec{\psi}_P' + \vec{f}_P \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KP}^* \vec{\psi}_K + \\
& + \mathbf{B}_{KP}^* \left( \vec{\psi}_K' + \vec{f}_K \dot{\alpha} \right) = \vec{\phi} \quad ; \\
& \mathbf{M}_D \left( \vec{f}_D'' - 2\vec{\psi}_D' \dot{\alpha} - \vec{f}_D \dot{\alpha}^2 - \vec{\psi}_D \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{B}_{DD} \left( \vec{f}_D' - \vec{\psi}_D \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{DD} \vec{f}_D + \mathbf{A}_{KD}^* \vec{f}_K + \mathbf{B}_{KD}^* \left( \vec{f}_K' - \vec{\psi}_K \dot{\alpha} \right) - \ddot{\alpha} \vec{q}_1 + \dot{\alpha}^2 \vec{q}_2 = \vec{\phi} \quad ; \\
& \mathbf{M}_D \left( \vec{\psi}_D'' + 2\vec{f}_D' \dot{\alpha} - \vec{\psi}_D \dot{\alpha}^2 + \vec{f}_D \ddot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{DD} \vec{\psi}_D + \mathbf{B}_{DD} \left( \vec{\psi}_D' + \vec{f}_D \dot{\alpha} \right) + \mathbf{A}_{KD}^* \vec{\psi}_K + \\
& + \mathbf{B}_{KD}^* \left( \vec{\psi}_K' + \vec{f}_K \dot{\alpha} \right) - \ddot{\alpha} \vec{q}_2 - \dot{\alpha}^2 \vec{q}_1 = \vec{\phi} \quad . (3.48)
\end{aligned}$$

Будем решать систему (3.48) методом малого параметра в виде:

$$\vec{f}_i = \vec{f}_{i_0} + \varepsilon \vec{f}_{i_1}; \quad \vec{\psi}_i = \vec{\psi}_{i_0} + \varepsilon \vec{\psi}_{i_1}, \quad i = \text{к, л, п, д}, \quad (3.49)$$

а для уравнения (3.44) примем:

$$\dot{\alpha} = \omega t + \varepsilon \eta(t). \quad (3.50)$$

Дифференцируя (3.50), запишем:

$$\dot{\alpha} = \omega + \varepsilon \dot{\eta}; \quad \dot{\alpha}^2 \approx \omega^2 + 2\varepsilon \omega \dot{\eta}; \quad \ddot{\alpha} = \varepsilon \ddot{\eta}. \quad (3.51)$$

Подставив (3.49) и (3.51) в (3.48), получим уравнения нулевого и первого приближений.

Уравнения нулевого приближения имеют вид:

$$\begin{aligned} & \mathbf{M}_\text{к}(\vec{f}_{\text{к}_0}'' - 2\vec{\psi}_{\text{к}_0}'\omega - \vec{f}_{\text{к}_0}\omega^2) + \mathbf{A}_{\text{кк}}\vec{f}_{\text{к}_0} + \mathbf{B}_{\text{кк}}(\vec{f}_{\text{к}_0}' - \vec{\psi}_{\text{к}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кл}}\vec{f}_{\text{л}_0} + \mathbf{A}_{\text{кп}}\vec{f}_{\text{п}_0} + \\ & + \mathbf{B}_{\text{кл}}(\vec{f}_{\text{л}_0}' - \vec{\psi}_{\text{л}_0}\omega) + \mathbf{B}_{\text{кп}}(\vec{f}_{\text{п}_0}' - \vec{\psi}_{\text{п}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кд}}\vec{f}_{\text{д}_0} + \mathbf{B}_{\text{кд}}(\vec{f}_{\text{д}_0}' - \vec{\psi}_{\text{д}_0}\omega) = \vec{\phi}; \\ & \mathbf{M}_\text{л}(\vec{\psi}_{\text{л}_0}'' + 2\vec{f}_{\text{л}_0}'\omega - \vec{\psi}_{\text{л}_0}\omega^2) + \mathbf{A}_{\text{лл}}\vec{\psi}_{\text{л}_0} + \mathbf{B}_{\text{лл}}(\vec{\psi}_{\text{л}_0}' + \vec{f}_{\text{л}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кл}}\vec{\psi}_{\text{л}_0} + \\ & + \mathbf{A}_{\text{кп}}\vec{\psi}_{\text{п}_0} + \mathbf{B}_{\text{кл}}(\vec{\psi}_{\text{л}_0}' + \vec{f}_{\text{л}_0}\omega) + \mathbf{B}_{\text{кп}}(\vec{\psi}_{\text{п}_0}' + \vec{f}_{\text{п}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кд}}\vec{\psi}_{\text{д}_0} + \mathbf{B}_{\text{кд}}(\vec{\psi}_{\text{д}_0}' + \vec{f}_{\text{д}_0}\omega) = \vec{\phi} \quad ; \\ & \mathbf{M}_\text{т}(\vec{f}_{\text{л}_0}'' - 2\vec{\psi}_{\text{л}_0}'\omega - \vec{f}_{\text{л}_0}\omega^2) + \mathbf{A}_{\text{тт}}\vec{f}_{\text{л}_0} + \mathbf{B}_{\text{лл}}(\vec{f}_{\text{л}_0}' - \vec{\psi}_{\text{л}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кл}}^*\vec{f}_{\text{к}_0} + \mathbf{B}_{\text{кл}}^*(\vec{f}_{\text{к}_0}' - \\ & \vec{\psi}_{\text{к}_0}\omega) = \vec{\phi} \quad ; \\ & \mathbf{M}_\text{т}(\vec{\psi}_{\text{л}_0}'' + 2\vec{f}_{\text{л}_0}'\omega - \vec{\psi}_{\text{л}_0}\omega^2) + \mathbf{A}_{\text{тт}}\vec{\psi}_{\text{л}_0} + \mathbf{B}_{\text{лл}}(\vec{\psi}_{\text{л}_0}' + \vec{f}_{\text{л}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кл}}^*\vec{\psi}_{\text{к}_0} + \mathbf{B}_{\text{кл}}^*(\vec{\psi}_{\text{к}_0}' + \\ & \vec{f}_{\text{к}_0}\omega) = \vec{\phi} \quad ; \\ & \mathbf{M}_\text{т}(\vec{f}_{\text{п}_0}'' - 2\vec{\psi}_{\text{п}_0}'\omega - \vec{f}_{\text{п}_0}\omega^2) + \mathbf{A}_{\text{тт}}\vec{f}_{\text{п}_0} + \mathbf{B}_{\text{пп}}(\vec{f}_{\text{п}_0}' - \vec{\psi}_{\text{п}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кп}}^*\vec{f}_{\text{к}_0} + \mathbf{B}_{\text{кп}}^*(\vec{f}_{\text{к}_0}' - \\ & \vec{\psi}_{\text{к}_0}\omega) = \vec{\phi} \quad ; \\ & \mathbf{M}_\text{т}(\vec{\psi}_{\text{п}_0}'' + 2\vec{f}_{\text{п}_0}'\omega - \vec{\psi}_{\text{п}_0}\omega^2) + \mathbf{A}_{\text{тт}}\vec{\psi}_{\text{п}_0} + \mathbf{B}_{\text{пп}}(\vec{\psi}_{\text{п}_0}' + \vec{f}_{\text{п}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кп}}^*\vec{\psi}_{\text{к}_0} + \mathbf{B}_{\text{кп}}^*(\vec{\psi}_{\text{к}_0}' + \\ & \vec{f}_{\text{к}_0}\omega) = \vec{\phi} \quad ; \\ & \mathbf{M}_\text{д}(\vec{f}_{\text{д}_0}'' - 2\vec{\psi}_{\text{д}_0}'\omega - \vec{f}_{\text{д}_0}\omega^2) + \mathbf{B}_{\text{дд}}(\vec{f}_{\text{д}_0}' - \vec{\psi}_{\text{д}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{дд}}\vec{f}_{\text{д}_0} + \mathbf{A}_{\text{кд}}^*\vec{f}_{\text{к}_0} + \mathbf{B}_{\text{кд}}^*(\vec{f}_{\text{к}_0}' - \\ & \vec{\psi}_{\text{к}_0}\omega) + \omega^2\vec{q}_2 = \vec{\phi} \quad ; \\ & \mathbf{M}_\text{д}(\vec{\psi}_{\text{д}_0}'' + 2\vec{f}_{\text{д}_0}'\omega - \vec{\psi}_{\text{д}_0}\omega^2) + \mathbf{A}_{\text{дд}}\vec{\psi}_{\text{д}_0} + \mathbf{B}_{\text{дд}}(\vec{\psi}_{\text{д}_0}' + \vec{f}_{\text{д}_0}\omega) + \mathbf{A}_{\text{кд}}^*\vec{\psi}_{\text{к}_0} + \mathbf{B}_{\text{кд}}^*(\vec{\psi}_{\text{к}_0}' + \\ & \vec{f}_{\text{к}_0}\omega) - \omega^2\vec{q}_1 = \vec{\phi} \quad . \quad (3.52) \end{aligned}$$



Система (3.52) имеет постоянные коэффициенты, при этом решение системы однородных дифференциальных уравнений нулевого приближения достаточно громоздко, а исследование его устойчивости связано с необходимостью вычисления характеристических показателей Ляпунова [133].

С учетом ограничения 10, будем считать, что для уравнений (3.52) существует одночастотный установившийся режим, т.е.  $\vec{f}_{i0}, \vec{\psi}_{i0}$ ,  $i = \text{к, л, п, д}$  являются постоянными либо медленно меняющимися переменными [134]. Тогда:

$$\vec{f}'_{ij} = \vec{f}''_{ij} = \vec{\psi}''_{ij} = \vec{\phi}, \quad i = \text{к, л, п, д}; \quad j = 0, 1. \quad (3.53)$$

Учёт этого условия (при  $j = 0$ ) сводит систему однородных дифференциальных уравнений (3.52) к системе линейных алгебраических уравнений:

$$(\mathbf{A}_{\text{кк}} - \mathbf{M}_{\text{к}}\omega^2)\vec{f}_{\text{к}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{кк}}\vec{\psi}_{\text{к}0} + \mathbf{A}_{\text{кл}}\vec{f}_{\text{л}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{кл}}\vec{\psi}_{\text{л}0} + \mathbf{A}_{\text{кп}}\vec{f}_{\text{п}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{кп}}\vec{\psi}_{\text{п}0} + \mathbf{A}_{\text{кд}}\vec{f}_{\text{д}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{кд}}\vec{\psi}_{\text{д}0} = \vec{\phi} \quad ;$$

$$\omega\mathbf{B}_{\text{кк}}\vec{f}_{\text{к}0} + (\mathbf{A}_{\text{кк}} - \omega^2\mathbf{M}_{\text{к}})\vec{\psi}_{\text{к}0} + \omega\mathbf{B}_{\text{кл}}\vec{f}_{\text{л}0} + \mathbf{A}_{\text{кл}}\vec{\psi}_{\text{л}0} + \omega\mathbf{B}_{\text{кп}}\vec{f}_{\text{п}0} + \mathbf{A}_{\text{кп}}\vec{\psi}_{\text{п}0} + \omega\mathbf{B}_{\text{кд}}\vec{f}_{\text{д}0} + \mathbf{A}_{\text{кд}}\vec{\psi}_{\text{д}0} = \vec{\phi} \quad ;$$

$$\mathbf{A}_{\text{кл}}^*\vec{f}_{\text{к}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{кл}}^*\vec{\psi}_{\text{к}0} + (\mathbf{A}_{\text{тт}} - \omega^2\mathbf{M}_{\text{т}})\vec{f}_{\text{л}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{лл}}\vec{\psi}_{\text{л}0} = \vec{\phi};$$

$$\omega\mathbf{B}_{\text{кл}}^*\vec{f}_{\text{к}0} + \mathbf{A}_{\text{кл}}^*\vec{\psi}_{\text{к}0} + \omega\mathbf{B}_{\text{лл}}\vec{f}_{\text{л}0} + (\mathbf{A}_{\text{тт}} - \omega^2\mathbf{M}_{\text{т}})\vec{\psi}_{\text{л}0} = \vec{\phi};$$

$$\mathbf{A}_{\text{кп}}^*\vec{f}_{\text{к}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{кп}}^*\vec{\psi}_{\text{к}0} + (\mathbf{A}_{\text{тт}} - \omega^2\mathbf{M}_{\text{т}})\vec{f}_{\text{п}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{лл}}\vec{\psi}_{\text{л}0} = \vec{\phi};$$

$$\omega\mathbf{B}_{\text{кп}}^*\vec{f}_{\text{к}0} + \mathbf{A}_{\text{кп}}^*\vec{\psi}_{\text{к}0} + \omega\mathbf{B}_{\text{пп}}\vec{f}_{\text{п}0} + (\mathbf{A}_{\text{тт}} - \omega^2\mathbf{M}_{\text{т}})\vec{\psi}_{\text{п}0} = \vec{\phi};$$

$$\mathbf{A}_{\text{кд}}^*\vec{f}_{\text{к}0} - \omega\mathbf{B}_{\text{кд}}^*\vec{\psi}_{\text{к}0} + (\mathbf{A}_{\text{дд}} - \omega^2\mathbf{M}_{\text{д}})\vec{f}_{\text{д}0} + \omega\mathbf{B}_{\text{дд}}\vec{\psi}_{\text{д}0} = -\omega^2\vec{q}_2;$$

$$\omega\mathbf{B}_{\text{кд}}^*\vec{f}_{\text{к}0} + \mathbf{A}_{\text{кд}}^*\vec{\psi}_{\text{к}0} + \omega\mathbf{B}_{\text{дд}}\vec{f}_{\text{д}0} + (\mathbf{A}_{\text{дд}} - \omega^2\mathbf{M}_{\text{д}})\vec{\psi}_{\text{д}0} = \omega^2\vec{q}_1. \quad (3.54)$$

Уравнения первого приближения, полученное после подстановки (3.49, 3.51) и последующего применения выражения (3.53) (при  $j = 1$ ), имеет вид:

$$\begin{aligned}
& (\mathbf{A}_{\text{KK}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{K}}) \vec{f}_{\text{K}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{KK}} \vec{\psi}_{\text{K}1} + \mathbf{A}_{\text{KL}} \vec{f}_{\text{L}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{KL}} \vec{\psi}_{\text{L}1} + \mathbf{A}_{\text{KP}} \vec{f}_{\text{P}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{KP}} \vec{\psi}_{\text{P}1} + \mathbf{A}_{\text{KD}} \vec{f}_{\text{D}1} - \\
& - \omega \mathbf{B}_{\text{KD}} \vec{\psi}_{\text{D}1} = 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{K}} \vec{f}_{\text{K}0} + \ddot{\eta} (\mathbf{M}_{\text{K}} + \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KK}}) \vec{\psi}_{\text{K}0} + \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KL}} \vec{\psi}_{\text{L}0} + \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KP}} \vec{\psi}_{\text{P}0} + \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KD}} \vec{\psi}_{\text{D}0} \quad ; \\
& \omega \mathbf{B}_{\text{KK}} \vec{f}_{\text{K}1} + (\mathbf{A}_{\text{KK}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{K}}) \vec{\psi}_{\text{K}1} + \omega \mathbf{B}_{\text{KL}} \vec{f}_{\text{L}1} + \mathbf{A}_{\text{KL}} \vec{\psi}_{\text{L}1} + \omega \mathbf{B}_{\text{KP}} \vec{f}_{\text{P}1} + \mathbf{A}_{\text{KP}} \vec{\psi}_{\text{P}1} + \mathbf{A}_{\text{KD}} \vec{\psi}_{\text{D}1} + \\
& + \omega \mathbf{B}_{\text{KD}} \vec{f}_{\text{D}1} = \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KK}} \vec{f}_{\text{K}0} - \ddot{\eta} \mathbf{M}_{\text{K}} + 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{K}} \vec{\psi}_{\text{K}0} - \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KL}} \vec{f}_{\text{L}0} - \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KP}} \vec{f}_{\text{P}0} - \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KD}} \vec{f}_{\text{D}0} \quad ; \\
& \mathbf{A}_{\text{KL}}^* \vec{f}_{\text{K}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{KL}}^* \vec{\psi}_{\text{K}1} + (\mathbf{A}_{\text{TT}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{T}}) \vec{f}_{\text{L}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{LL}} \vec{\psi}_{\text{L}1} = \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KL}}^* \vec{\psi}_{\text{K}0} + 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} \vec{f}_{\text{L}0} + \\
& + (\ddot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} + \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{LL}}) \vec{\psi}_{\text{L}0} \quad ; \\
& \omega \mathbf{B}_{\text{KL}}^* \vec{f}_{\text{K}1} + \mathbf{A}_{\text{KL}}^* \vec{\psi}_{\text{K}1} + \omega \mathbf{B}_{\text{LL}} \vec{f}_{\text{L}1} + (\mathbf{A}_{\text{TT}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{T}}) \vec{\psi}_{\text{L}1} = -\dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KL}}^* \vec{f}_{\text{K}0} + (\ddot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} + \\
& \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{LL}}) \vec{f}_{\text{L}0} + 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} \vec{\psi}_{\text{L}0} \quad ; \\
& \mathbf{A}_{\text{KP}}^* \vec{f}_{\text{K}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{KP}}^* \vec{\psi}_{\text{K}1} + (\mathbf{A}_{\text{TT}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{T}}) \vec{f}_{\text{P}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{PP}} \vec{\psi}_{\text{P}1} = \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KP}}^* \vec{\psi}_{\text{K}0} + 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} \vec{f}_{\text{P}0} + \\
& + (\ddot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} + \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{PP}}) \vec{\psi}_{\text{P}0} \quad ; \\
& \omega \mathbf{B}_{\text{KP}}^* \vec{f}_{\text{K}1} + \mathbf{A}_{\text{KP}}^* \vec{\psi}_{\text{P}1} + \omega \mathbf{B}_{\text{PP}} \vec{f}_{\text{P}1} + (\mathbf{A}_{\text{TT}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{T}}) \vec{\psi}_{\text{P}1} = -\dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KP}}^* \vec{f}_{\text{K}0} - (\ddot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} + \\
& \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{PP}}) \vec{f}_{\text{P}0} + 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} \vec{\psi}_{\text{P}0} \quad ; \\
& \mathbf{A}_{\text{KD}}^* \vec{f}_{\text{K}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{KD}}^* \vec{\psi}_{\text{K}1} + (\mathbf{A}_{\text{DD}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{D}}) \vec{f}_{\text{D}1} - \omega \mathbf{B}_{\text{DD}} \vec{\psi}_{\text{D}1} = \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KD}}^* \vec{\psi}_{\text{K}0} + 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{D}} \vec{f}_{\text{D}0} + \\
& + (\ddot{\eta} \mathbf{M}_{\text{D}} + \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{DD}}) \vec{\psi}_{\text{D}0} + \ddot{\eta} \vec{q}_1 - 2\omega \dot{\eta} \vec{q}_2 \quad ; \\
& \omega \mathbf{B}_{\text{KD}}^* \vec{f}_{\text{K}1} + \mathbf{A}_{\text{KD}}^* \vec{\psi}_{\text{D}1} + \omega \mathbf{B}_{\text{DD}} \vec{f}_{\text{D}1} + (\mathbf{A}_{\text{DD}} - \omega^2 \mathbf{M}_{\text{D}}) \vec{\psi}_{\text{D}1} = -\dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{KD}}^* \vec{f}_{\text{K}0} - (\ddot{\eta} \mathbf{M}_{\text{D}} + \\
& \dot{\eta} \mathbf{B}_{\text{DD}}) \vec{f}_{\text{D}0} + 2\omega \dot{\eta} \mathbf{M}_{\text{T}} \vec{\psi}_{\text{D}0} + \ddot{\eta} \vec{q}_2 + 2\omega \dot{\eta} \vec{q}_1 \quad . (3.55)
\end{aligned}$$

Введём вместо двух 3-векторов  $\vec{f}_{ij}, \vec{\psi}_{ij}$ , блочный 6-вектор:

$$\vec{\Phi}_{ij} = \{\vec{f}_{ij}, \vec{\psi}_{ij}\}, \quad i = \text{к, л, п, д}, \quad j = 0, 1 \quad (3.56)$$

и объединим затем вектора (3.56) в один 24-вектор:

$$\vec{\Phi}_j = \{\vec{\Phi}_{\text{K}j}, \vec{\Phi}_{\text{L}j}, \vec{\Phi}_{\text{P}j}, \vec{\Phi}_{\text{D}j}\}, \quad j = 0, 1. \quad (3.57)$$

Введём также блочные матрицы 6-го порядка:

$$\begin{aligned}
\mathbf{D}_{ii} &= \left\| \begin{array}{cc} (\mathbf{A}_{ii} - \omega^2 \mathbf{M}_i) & -\omega \mathbf{B}_{ii} \\ \omega \mathbf{B}_{ii} & (\mathbf{A}_{ii} - \omega^2 \mathbf{M}_i) \end{array} \right\|, \quad i = \text{к, л, п, д}; \\
\mathbf{D}_{kj} &= \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{A}_{kj} & -\omega \mathbf{B}_{kj} \\ \omega \mathbf{B}_{kj} & \mathbf{A}_{kj} \end{array} \right\|; \quad \bar{\mathbf{D}}_{kj} = \left\| \begin{array}{cc} \mathbf{A}_{kj}^* & -\omega \mathbf{B}_{kj}^* \\ \omega \mathbf{B}_{kj}^* & \mathbf{A}_{kj}^* \end{array} \right\|, \quad j = \text{к, л, п, д}; \\
\widehat{\mathbf{M}}_i &= \left\| \begin{array}{cc} 0 & \mathbf{M}_i \\ -\mathbf{M}_i & 0 \end{array} \right\|; \quad \mathbf{H}_{ii} = \left\| \begin{array}{cc} 2\omega \mathbf{M}_i & \mathbf{B}_{ii} \\ -\mathbf{B}_{ii} & 2\omega \mathbf{M}_i \end{array} \right\|, \quad i = \text{к, л, п, д}; \\
\mathbf{H}_{kj} &= \left\| \begin{array}{cc} 0 & \mathbf{B}_{kj} \\ -\mathbf{B}_{kj} & 0 \end{array} \right\|; \quad \bar{\mathbf{H}}_{kj} = \left\| \begin{array}{cc} 0 & \mathbf{B}_{kj}^* \\ -\mathbf{B}_{kj}^* & 0 \end{array} \right\|, \quad j = \text{к, л, п, д}, \quad (3.58)
\end{aligned}$$

из которых образуем блочно-блочные матрицы 24-го порядка:

$$\begin{aligned}
\mathbf{D} &= \left\| \begin{array}{cccc} \mathbf{D}_{\text{кк}} & \mathbf{D}_{\text{кл}} & \mathbf{D}_{\text{кп}} & \mathbf{D}_{\text{кд}} \\ \bar{\mathbf{D}}_{\text{кл}} & \mathbf{D}_{\text{лл}} & 0 & 0 \\ \bar{\mathbf{D}}_{\text{кп}} & 0 & \mathbf{D}_{\text{пп}} & 0 \\ \bar{\mathbf{D}}_{\text{кд}} & 0 & 0 & \mathbf{D}_{\text{дд}} \end{array} \right\|; \quad \mathbf{H} = \left\| \begin{array}{cccc} \mathbf{H}_{\text{кк}} & \mathbf{H}_{\text{кл}} & \mathbf{H}_{\text{кп}} & \mathbf{H}_{\text{кд}} \\ \bar{\mathbf{H}}_{\text{кл}} & \mathbf{H}_{\text{лл}} & 0 & 0 \\ \bar{\mathbf{H}}_{\text{кп}} & 0 & \mathbf{H}_{\text{пп}} & 0 \\ \bar{\mathbf{H}}_{\text{кд}} & 0 & 0 & \mathbf{H}_{\text{дд}} \end{array} \right\|; \\
\widehat{\mathbf{M}} &= \text{diag} (\widehat{\mathbf{M}}_{\text{к}}, \widehat{\mathbf{M}}_{\text{л}}, \widehat{\mathbf{M}}_{\text{п}}, \widehat{\mathbf{M}}_{\text{д}}). \quad (3.59)
\end{aligned}$$

Далее уравнения нулевого приближения запишутся в виде:

$$\mathbf{D} \overrightarrow{\Phi}_0 = \{ \overrightarrow{\Phi}_6, \overrightarrow{\Phi}_6, \overrightarrow{\Phi}_6, \omega^2 \{ -\overrightarrow{q}_2, \overrightarrow{q}_1 \} \}, \quad (3.60)$$

где  $\overrightarrow{\Phi}_6$  – нулевой вектор 6-го порядка.

Уравнения (3.60) представляют собой систему линейных алгебраических уравнений, имеющую решение:

$$\overrightarrow{\Phi}_0 = \mathbf{D}^{-1} \{ \overrightarrow{\Phi}_{18}, \omega^2 \{ -\overrightarrow{q}_2, \overrightarrow{q}_1 \} \}.$$

Уравнения первого приближения (3.55) примут вид матричной системы однородных дифференциальных уравнений:

$$\mathbf{D} \overrightarrow{\Phi}_1 = \ddot{\eta} \left( \widehat{\mathbf{M}} \overrightarrow{\Phi}_0 + \{ \overrightarrow{\Phi}_6, \overrightarrow{\Phi}_6, \overrightarrow{\Phi}_6, \omega^2 \{ \overrightarrow{q}_1, \overrightarrow{q}_2 \} \} \right) + \dot{\eta} (\mathbf{H} \overrightarrow{\Phi}_0 + \vec{S}_2), \quad (3.61)$$

Как (3.60), так и (3.61) содержат неизвестную частоту  $\omega$ . Кроме того, (3.61) содержит неопределенную функцию  $\eta(t)$ . Для снятия этих неопределённостей системы линейных алгебраических уравнений (3.60) и системы однородных дифференциальных уравнений (3.61) рассмотрим уравнение (3.44):

$$n_2 \ddot{\alpha} + k \dot{\alpha} - (\vec{q}_1 \sin \alpha + \vec{q}_2 \cos \alpha) \vec{F}_d'' = M_0.$$

Учтя представление (3.47), а также то, что из упрощения (3.50) следует:

$$\sin \alpha \approx \sin \omega t + \varepsilon \eta \cos \omega t; \quad \cos \alpha \approx \cos \omega t - \varepsilon \eta \sin \omega t, \quad (3.62)$$

продифференцируем вектор  $\vec{F}_d$  два раза:

$$\begin{aligned} \vec{F}_d'' \approx & \left( -\omega^2 \vec{f}_{d_0} \sin \omega t - \omega^2 \vec{\psi}_{d_0} \cos \omega t \right) + \varepsilon \left[ -\omega^2 \left( \vec{f}_{d_0} \sin \omega t + \vec{\psi}_{d_1} \cos \omega t \right) + \right. \\ & + \vec{f}_{d_0} (\ddot{\eta} \cos \omega t - 2\omega \dot{\eta} \sin \omega t - \omega^2 \eta \cos \omega t) - \vec{\psi}_{d_0} (\ddot{\eta} \sin \omega t + 2\omega \dot{\eta} \cos \omega t - \\ & \left. - \omega^2 \eta \sin \omega t) \right] \end{aligned} \quad (3.63)$$

Подставив (3.62, 3.63) в уравнение (3.44) и используя метод неопределённых коэффициентов, получим уравнения для  $\alpha(t)$  нулевого и первого приближения. Уравнение нулевого приближения при этом примет вид:

$$k\omega - G_0 (\vec{q}_1 \sin \omega t + \vec{q}_2 \cos \omega t) = M_0, \quad (3.64)$$

где  $G_0 = -\omega^2 (\vec{f}_{d_0}^* \sin \omega t + \vec{\psi}_{d_0}^* \cos \omega t)$ .

На основании ограничения 10,  $\vec{f}_{d_j}$  и  $\vec{\psi}_{d_j}$  ( $j = 0, 1$ ) принимаем медленно меняющимися функциями. Воспользуемся методом осреднения [134], усредняя уравнения (3.64) за период  $T = 2\pi/\omega$  и получим частотное уравнение вида:

$$2(k\omega - M_0) + \omega^2 (\vec{f}_{d_0}^* \vec{q}_1 + \vec{\psi}_{d_0}^* \vec{q}_2) = 0, \quad (3.65)$$

где  $M_0$  определяется в соответствии с выражением (3.46).

Учитывая, что величина  $M$ , входящая в выражение (3.46), является переменной, зависимости (3.60, 3.65) можно трактовать как системы для определения величины  $M(\omega)$ , входящей в выражение (3.46).

Полученные таким образом значения  $M(\omega)$  исследуются на устойчивость, для чего рассматривается уравнения первого приближения.

Уравнение для  $\eta(t)$ , следующее из (3.44), имеет вид:

$$n_2 \ddot{\eta} + k \dot{\eta} - (G_s \sin \omega t + G_c \cos \omega t)(\vec{q}_1 \sin \omega t + \vec{q}_2 \cos \omega t) + \eta \omega^2 \times \\ \times (\vec{f}_{d_0}^* \sin \omega t + \vec{\psi}_{d_0}^* \cos \omega t)(\vec{q}_1 \cos \omega t - \vec{q}_2 \sin \omega t) = 0, \quad (3.66)$$

где

$$G_s = -\omega^2 \vec{f}_{d_1}^* - 2\omega \dot{\eta} \vec{f}_{d_1}^* - \ddot{\eta} \vec{\psi}_{d_0}^* + \omega^2 \eta \vec{\psi}_{d_0}^* \\ G_c = -\omega^2 \vec{\psi}_{d_1}^* + \dot{\eta} \vec{f}_{d_0}^* - \omega^2 \eta \vec{f}_{d_0}^* - 2\omega \dot{\eta} \vec{\psi}_{d_0}^*.$$

Используя метод осреднения за период  $T = 2\pi/\omega$ , уравнение (3.66)

приводится к виду:

$$\ddot{\eta}(2n_2 + \vec{\psi}_{d_0}^* \vec{q}_1 - \vec{f}_{d_0}^* \vec{q}_2) + \dot{\eta}(2k + 2\omega \vec{f}_{d_0}^* \vec{q}_1 + 2\omega \vec{\psi}_{d_0}^* \vec{q}_2) + \\ + \omega^2 (\vec{f}_{d_1}^* \vec{q}_1 + \vec{\psi}_{d_1}^* \vec{q}_2) = 0. \quad (3.67)$$

Для совместного решения системы, состоящей из уравнений (3.61 и 3.67), предложен приближённый приём, представляющий решение выражения (3.61) в виде:

$$\vec{\Phi}_1 = \{\vec{\Phi}_{\kappa_1}, \vec{\Phi}_{\lambda_1}, \vec{\Phi}_{\pi_1}, \vec{\Phi}_{d_1}\} = \mathbf{D}^{-1} [\ddot{\eta}(\widehat{\mathbf{M}}\vec{\Phi}_0 + \vec{S}_1) + \dot{\eta}(\mathbf{H}\vec{\Phi}_0 + \vec{S}_2)], \quad (3.68)$$

где:

$$\vec{S}_1 = \{\vec{\Phi}_6, \vec{\Phi}_6, \vec{\Phi}_6, \{\vec{q}_1, \vec{q}_2\}\}; \vec{S}_2 = \{\vec{\Phi}_6, \vec{\Phi}_6, \vec{\Phi}_6, 2\omega\{-\vec{q}_2, \vec{q}_1\}\}. \quad (3.68a)$$

Выделим из (3.68)  $\vec{\Phi}_{d_1}$  в виде:

$$\vec{\Phi}_{d_1} \{\vec{f}_{d_1}^*, \vec{\psi}_{d_1}^*\} = \ddot{\eta}\{\vec{a}_1, \vec{a}_2\} + \dot{\eta}\{\vec{b}_1, \vec{b}_2\} \quad (3.69)$$

и подставим в (3.67):

$$\ddot{\eta}k_1 + \dot{\eta}k_2 = \phi, \quad (3.70)$$

где:

$$k_1 = 2n_2 + (\omega^2 \vec{a}_1^* + \vec{\psi}_{d_0}^*) \vec{q}_1 + (\omega^2 \vec{a}_2^* - \vec{f}_{d_0}^*) \vec{q}_2; \\ k_2 = 2k + \omega(2\vec{f}_{d_0}^* + \omega \vec{b}_1^*) \vec{q}_1 + \omega(2\vec{\psi}_{d_0}^* + \omega \vec{b}_2^*) \vec{q}_2. \quad (3.71)$$

Поскольку  $\alpha = \omega t + \eta$ , являются циклическими координатами решение уравнения (3.70) имеет вид:

$$\dot{\eta} = C e^{-\lambda t}, \quad \lambda = \frac{k_2}{k_1}, \quad (3.72)$$

и даёт условие устойчивости:

$$\frac{k_2}{k_1} > 0. \quad (3.73)$$

Считая, что  $\dot{\alpha}(0) = 0$  из (3.72) получен закон изменения  $\alpha$  в виде:

$$\alpha = \omega \left( t + \frac{1}{\lambda} e^{-\lambda t} \right), \quad (3.74)$$

откуда следует, что при выполнении условия устойчивости (3.73) режим с угловой скоростью  $\omega$  является установившимся.

Проведя вычисления, описанные выше и, приняв в (3.50)  $\varepsilon = 1$ , получим для устойчивых режимов:

$$\vec{F}_i(t) = [\vec{f}_{i_0} + \vec{f}_{i_1}(t)] \sin \alpha + [\vec{\psi}_{i_0} + \vec{\psi}_{i_1}(t)] \cos \alpha, \quad i = \text{к, л, п, д.} \quad (3.75)$$

где  $\alpha$  определяется по (3.74).

Определив вектор  $\vec{F}_i$ , получим выражения для определения динамических реакций (рисунок 3.4):

$$\begin{aligned} R_{x_9} = R_{x_{11}} &= C_x (u_{x_9} - u_{x_{11}}) + \beta_x (\dot{u}_{x_9} - \dot{u}_{x_{11}}); \\ R_{z_9} &= C_z (u_{z_9} - u_{z_{11}}) + \beta_z (\dot{u}_{z_9} - \dot{u}_{z_{11}}); \\ R_{z_{11}} &= C_z (u_{z_{10}} - u_{z_{12}}) + \beta_z (\dot{u}_{z_{10}} - \dot{u}_{z_{12}}). \end{aligned} \quad (3.76)$$

Исследуя устойчивость режима на основании уравнений (3.46 и 3.67) можно сделать вывод, что в устойчивом случае установившийся режим:

$$M(\omega) = k\omega + P_c + \frac{\omega^2}{2} (\overrightarrow{f_{d_0}^*} \overrightarrow{q_1} + \overrightarrow{\psi_{d_0}^*} \overrightarrow{q_2}) \quad (3.77)$$

будет реализован только при выполнении неравенства:

$$M(\omega) \leq M_e(\omega), \quad (3.78)$$

Предельный момент  $M_e$  может быть определен на основе зависимости:

$$M_e(\omega) = \frac{N_d}{\omega}, \quad (3.79)$$

где  $N_d$  – мощность дизеля.

Слагаемое  $P_c$  из уравнения (3.77) в программной реализации найдено с помощью параболической интерполяции точечной зависимости  $P_c(V)$ :

$$P_c = a_1(V - V_2)(V - V_3) + a_2(V - V_1)(V - V_3) + a_3(V - V_1)(V - V_2),$$

$$a_1 = \frac{P_1}{V_{12}V_{13}}; \quad a_2 = \frac{-P_2}{V_{12}V_{23}}; \quad a_3 = \frac{P_3}{V_{13}V_{23}}, \quad (3.80)$$

$$\forall V \in [V_1, V_3], \quad V_1 < V_2 < V_3; \quad V_{ij} = V_i - V_j.$$

Учет связи скорости движения  $V$  с числом оборотов вала дизеля в виде зависимости:

$$V = k_n n,$$

где  $[n]$  = об/мин

при переходе к круговой частоте, позволяет представить ее как:

$$V = k_\alpha \dot{\alpha},$$

где:

$$k_\alpha = \frac{30}{\pi} k_n \approx 9,548 k_n.$$

Реакции в соответствии с (3.76) вычислялись на основе выражения:

$$R_i = \sum_{i=1}^6 r_i f_i(t), \quad (3.81)$$

здесь коэффициенты  $r_i$  имеют вид:

$$r_1 = C m_{s_0} - \beta m_{c_0} \omega; \quad r_2 = C m_{c_0} + \beta m_{c_0} \omega;$$

$$r_3 = \beta [(m_{c_0} - m_{c_1}) \omega - m_{s_1} \lambda] + C m_{s_1};$$

$$r_4 = \beta [(m_{s_1} - m_{s_0}) \omega - m_{c_1} \lambda] + C m_{c_1};$$

$$r_5 = \beta m_{c_1} \omega; \quad r_6 = -\beta m_{s_1} \omega, \quad (3.82)$$

функции  $f_i$ :

$$\begin{aligned}
f_1 &= \sin \alpha; & f_2 &= \cos \alpha; \\
f_3 &= e^{-\lambda t} f_1; & f_4 &= e^{-\lambda t} f_2; \\
f_5 &= e^{-\lambda t} f_3; & f_6 &= e^{-\lambda t} f_4.
\end{aligned} \tag{3.83}$$

Коэффициенты  $C$  и  $\beta$ , входящие в выражение (3.82) для реакций  $R_{x_9}, R_{x_{11}}$  равны  $C_x$  и  $\beta_x$ , а для  $R_{z_9}, R_{z_{11}}$  -  $C_z$  и  $\beta_z$ .

Коэффициенты  $m_{ij}$  при этом ( $i = s, c, j = 0, 1$ ):

- для  $R_{x_9} = R_{x_{11}}$ :

$$m_{ij} = u_{dij} + \Delta_1 \theta_{dij} - u_{kij} - \Delta_2 \theta_{kij};$$

- для  $R_{z_9}$ :

$$m_{ij} = w_{dij} + e \theta_{dij} - w_{kij} + x_{11} \theta_{kij};$$

- для  $R_{z_{11}}$ :

$$m_{ij} = w_{dij} - e \theta_{dij} - w_{kij} + x_{12} \theta_{kij},$$

Для случая источника энергии неограниченной мощности автономная система становится неавтономной и её поведение точно описывается системой однородных дифференциальных уравнений (3.52), а параметры установившегося режима точно определяются из решения системы линейных алгебраических уравнений (3.54) или (3.60), причём  $\omega$  в (3.60), в отличие от автономного случая, является заданной. Реакции при этом находятся по аналогии с (3.81):

$$R_i = \sum_{i=1}^2 r_i f_i(t), \tag{3.84}$$

здесь  $\alpha = \omega t$ .

В случае использования квазистатического подхода вместо  $R_i$  по (3.81) и (3.84) можно задаваться значениями добавок в коэффициенты динамики за счёт дисбалансов вращающихся масс. Эти добавки в коэффициенты динамики определим здесь следующим образом:



$$\Delta k_{\text{д}i} = \frac{R_i^g}{2m_{\text{д}g}}, \quad i = x, z, \quad (3.85)$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $R_i^g = \max |R_i(t)|$ ,  $t = [0, t_m]$ ;

$$t_m = \max\left(\frac{7}{\omega}, \frac{\ln 10}{\lambda}\right). \quad (3.86)$$

В связи со сложным поведением величин  $\Delta k_{\text{д}i}$  и учетом ограничения 4 собственные частоты вычисляются без учёта трения (правило Виделера).

Для первой задачи в системе однородных дифференциальных уравнений (3.43) принимаем  $\mathbf{B}_{ij} = 0$  ( $i, j = \kappa, \text{л}, \text{п}, \text{д}$ ) и  $\alpha(t) \equiv 0$ . После этого выражение

(3.43) приобретает вид:

$$\mathbf{M}\overline{\mathbf{F}}'' + \mathbf{A}\overline{\mathbf{F}} = \phi_{12}. \quad (3.87)$$

Принимая в (3.87)

$$\overline{\mathbf{F}} =: \vec{F} \sin \omega t, \quad (3.88)$$

получим:

$$\mathbf{D}(\omega)\vec{F} = \vec{\phi}_{12}, \quad (3.89)$$

где

$$\mathbf{D} = \mathbf{A} - \mathbf{M}\omega^2 \quad (3.90)$$

Из уравнения (3.89) получаем задачу на собственные значения:

$$\det(\mathbf{D}) = \phi. \quad (3.91)$$

Вследствие того, что рассматривается симметричная схема, с одинаковыми тележки, уравнение (3.91) может иметь несколько близких корней. При этом целесообразно вычислять для матрицы  $\mathbf{D}$  экстремальные (максимумы) значения первого числа Тьюринга [135], которое является функцией следа матрицы:

$$\nu = \frac{1}{n} N(\mathbf{D})N(\mathbf{D}^{-1}), \quad N(\mathbf{D}) = \sqrt{\text{Sp}(\mathbf{D}\mathbf{D}^*)}, \quad (3.92)$$

где  $n$  – порядок матрицы (в рассматриваемом случае  $n = 12$ ).

Использование выражения (3.92) вместо (3.91) позволило определить все двенадцать собственных чисел задачи (3.89).

Величина  $v$  имеет ясный физический смысл [136] и показывает во сколько раз отношение среднего квадратичного отклонения ошибок неизвестных к среднему квадратичному отклонению самих неизвестных превосходит отношение среднего квадратичного отклонения ошибок коэффициентов матрицы к среднему квадратичному отклонению самих коэффициентов.

При отказе от правила Виделера вместо выражения (3.87) получаем:

$$\mathbf{M}\overline{\mathbf{F}'''} + \mathbf{B}\overline{\mathbf{F}'} + \mathbf{A}\overline{\mathbf{F}} = \mathbf{0}.$$

Взяв вместо (3.88) выражение:

$$\overline{\mathbf{F}} =: \overline{\mathbf{F}}e^{\lambda t}, \quad (3.93)$$

получим в уравнении (3.89),  $\mathbf{D}$  в виде:

$$\mathbf{D} = \mathbf{M}\lambda^2 + \mathbf{B}\lambda + \mathbf{A}. \quad (3.94)$$

Решение (3.89) проводилось с помощью равенства (3.91). Для этого величина  $\mathbf{D}$  из уравнения (3.94) представлялась в виде:

$$\mathbf{D} = \mathbf{D}_r + i\mathbf{D}_i,$$

а величина  $\lambda$  из уравнения (3.93) в виде:

$$\lambda = \lambda_r + i\lambda_i$$

где  $i$  – мнимая единица.

При этом выражение (3.91) принимает вид:

$$d_r(\lambda_r, \lambda_i) = 0, \quad d_i(\lambda_r, \lambda_i) = 0, \quad d_k = \det(\mathbf{D}_k), \quad k = r, i. \quad (3.95)$$

Воспользовавшись для преобразования выражения (3.95) методом Ньютона получим:

$$\begin{aligned} d_r &= d_{r_0} + a_{r_r}\Delta\lambda_r + a_{r_i}\Delta\lambda_i = \phi; \\ d_i &= d_{i_0} + a_{i_r}\Delta\lambda_r + a_{i_i}\Delta\lambda_i = 0; \end{aligned} \quad (3.96)$$

$$a_{r_r} = \left. \frac{\partial d_r}{\partial \lambda_r} \right|_0; \quad a_{r_i} = \left. \frac{\partial d_r}{\partial \lambda_i} \right|_0; \quad a_{i_r} = \left. \frac{\partial d_i}{\partial \lambda_r} \right|_0; \quad a_{i_i} = \left. \frac{\partial d_i}{\partial \lambda_i} \right|_0. \quad (3.97)$$

Решение уравнения (3.96) дает:

$$\Delta\lambda_r = \frac{1}{\Delta} (a_{r_i} d_{i_0} - a_{i_i} d_{r_0}); \quad \Delta\lambda_i = \frac{1}{\Delta} (a_{i_r} d_{r_0} - a_{r_r} d_{i_0});$$

$$\Delta = a_{r_r} a_{i_i} - a_{i_r} a_{r_i}.$$

Коэффициенты  $a_{i_j}$  определяются с использованием центрально-разностного оператора, представленного на рисунке 3.4:

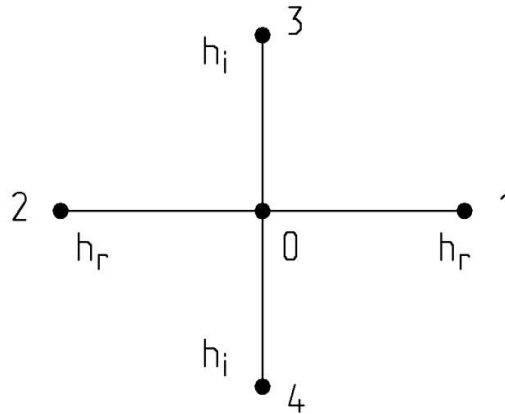


Рисунок 3.4 – Оператор для центрально-разностной аппроксимации.

Используя центральные разности, получаем:

$$a_{r_r} = \frac{1}{2h_r} (d_{r_1} - d_{r_2}); \quad a_{r_i} = \frac{1}{2h_i} (d_{r_3} - d_{r_4});$$

$$a_{i_r} = \frac{1}{2h_r} (d_{i_1} - d_{i_2}); \quad a_{i_i} = \frac{1}{2h_i} (d_{i_3} - d_{i_4}).$$

На основании описанных подходов разработан алгоритм решения, реализованный в виде программного комплекса Avtezom, написанного на языке Fortran.

На рисунке 3.5 в качестве примера представлены основные окна программного комплекса Avtezom.

В результате расчетов, проводимых программным комплексом Avtezom, рассчитываются коэффициенты уравнений, описывающих изменение дополнительных реакций в опорах силовой установки для каждой из рассматриваемых скоростей движения (рисунок 3.5, в).

**данные по пружинам центрального подвешивания**

число комплектов пружин на одну тележку ----- 4.  
число пружин в одном комплекте ----- 3.

**данные по пружинам комплекта**

№п/р	D	d	n	h <sub>0</sub>
1	29.	4.	5.2	49.6
2	21.	3.	6.4	44.6
3	14.	2.	11.4	49.6

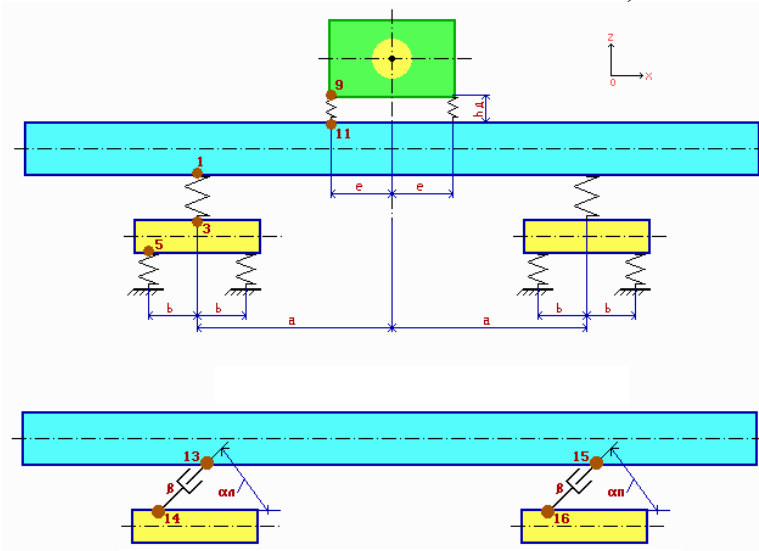
**данные по пружинам буксового подвешивания**

число комплектов пружин на одну тележку ----- 8.  
число пружин в одном комплекте ----- 2.

**данные по пружинам комплекта**

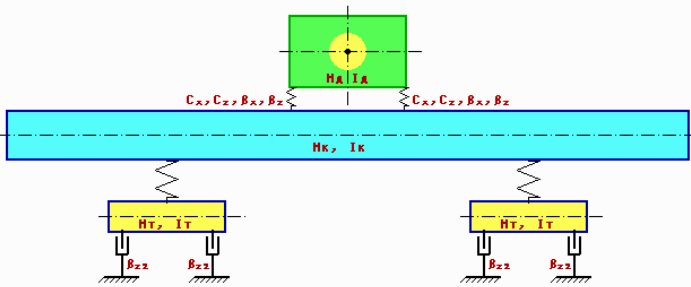
№п/р	D	d	n	h <sub>0</sub>
1	23.	3.6	2.85	24.2
2	14.5	2.	5.5	27.3

a)



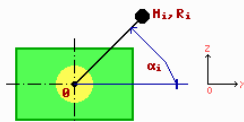
половина базы кузова a ----- 800.  
половина базы тележки b ----- 130.  
половина базы дизеля e ----- 128.5  
высота опор дизеля h<sub>д</sub> ----- 24.  
координата Z<sub>1</sub> в осях кузова ----- -172.1  
координата Z<sub>2</sub> в осях тележки ----- -40.6  
координата Z<sub>5</sub> в осях тележки ----- .6  
координата Z<sub>9</sub> в осях дизеля ----- 19.3  
координата X<sub>11</sub> в осях кузова ----- 186.  
координата Z<sub>11</sub> в осях кузова ----- -118.8

коэффициент вязкого трения β ----- 90.  
угол наклона левого гасителя α<sub>л</sub>° ----- 90.  
угол наклона правого гасителя α<sub>п</sub>° ----- 90.  
координата X<sub>13</sub> в осях кузова ----- -798.  
координата Z<sub>13</sub> в осях кузова ----- -133.7  
координата X<sub>15</sub> в осях кузова ----- 802.  
координата Z<sub>15</sub> в осях кузова ----- -133.7  
координата X<sub>14</sub> в осях левой тележки ----- -2.  
координата Z<sub>14</sub> в осях левой тележки ----- 4.5  
координата X<sub>16</sub> в осях правой тележки ----- -2.  
координата Z<sub>16</sub> в осях правой тележки ----- 4.5



горизонтальная жёсткость опор дизеля C<sub>х</sub> ----- 2750.  
вертикальная жёсткость опор дизеля C<sub>z</sub> ----- 1100.  
коэфф. вязкого трения дизеля в гориз. плоскости β<sub>х</sub> ----- 40.  
коэфф. вязкого трения дизеля в вертик. плоскости β<sub>z</sub> ----- 80.  
масса дизеля M<sub>д</sub> ----- 1E-09  
масса кузова M<sub>к</sub> ----- 5.  
массовый момент инерции дизеля I<sub>д</sub> ----- 59276.  
масса тележки M<sub>т</sub> ----- 11.45  
массовый момент инерции кузова I<sub>к</sub> ----- 5680492.  
масса тележки M<sub>т</sub> ----- 12.86  
массовый момент инерции тележки I<sub>т</sub> ----- 204372.  
ускорение свободного падения g ----- 980.665

число несбалансированных масс = 2.



массовый момент инерции вращающихся частей I<sub>р</sub> ----- 1.5  
координата X<sub>0</sub> оси ротора в системе дизеля ----- 37.2  
координата Z<sub>0</sub> оси ротора в системе дизеля ----- 0.

**данные по несбалансированным массам**

i	M <sub>i</sub>	R <sub>i</sub>	α <sub>i</sub> °
1	.3E-02	26.9	44.
2	.3E-02	26.9	136.

b)

Выражения для реакций  $R_{x\gamma} = R_{x11}$ ,  $R_{z\gamma}$  и  $R_{z11}$  имеют вид:

$$R(t) = r_1 f_1(t) + r_2 f_2(t) + r_3 f_3(t) + r_4 f_4(t) + r_5 f_5(t) + r_6 f_6(t)$$

$$f_1(t) = \sin \alpha(t); \quad f_2(t) = \cos \alpha(t);$$

$$f_3(t) = f_1(t) \cdot \psi(t); \quad f_4(t) = f_2(t) \cdot \psi(t);$$

$$f_5(t) = f_3(t) \cdot \psi(t); \quad f_6(t) = f_4(t) \cdot \psi(t);$$

$$\psi(t) = \exp(-\lambda \cdot t); \quad \alpha(t) = \omega \cdot t - \psi(t) / \lambda.$$

$$\omega = 145.44265 \text{ c}^{-1}, \quad \lambda = .52764033 \text{ c}^{-1}.$$

Значения коэффициентов  $\Gamma_i$  для реакций  $R_x$  и  $R_z$

$\Gamma_i$	$R_{x\gamma} = R_{x11}$	$R_{z\gamma}$	$R_{z11}$
$\Gamma_1$	37.506424	141.97187	346.90203
$\Gamma_2$	149.17247	35.737499	82.772057
$\Gamma_3$	2.1951007	-165.58497	-384.25388
$\Gamma_4$	-110.05096	-6.3225871	-10.482929
$\Gamma_5$	30.452043	31.811246	57.168554
$\Gamma_6$	-12.084836	-39.509316	-98.863883

в)

Рисунок 3.5 – Основные окна программного комплекса Avtezom: а – окно ввода характеристик пружин; б – окно ввода характеристик динамической модели; в – окно вывода результатов расчета

В качестве примера на рисунке 3.6 приведены графики изменения во времени дополнительных реакций в опорах силовой установки для двух вариантов расчетов с учетом эффекта Зоммерфельда 1 и без него 2, полученные с использованием разработанного программного комплекса Avtezom для скоростей движения автомотрисы 40, 80, 120 км/ч.

Анализируя приведенные на рисунке 3.6 графики дополнительных реакций, можно сделать выводы о значительном влиянии учета эффекта Зоммерфельда на величину их амплитуды.

Учет влияния полученных на основе программного комплекса Avtezom дополнительных реакций в зоне опор силовой установки на параметры ходовой динамики автомотрисы и динамическую нагруженность несущей конструкции ее кузова выполнен путем введения в гибридную динамическую модель автомотрисы (рисунок 2.25) четырех специальных биполярных элементов типа «внешняя функция».

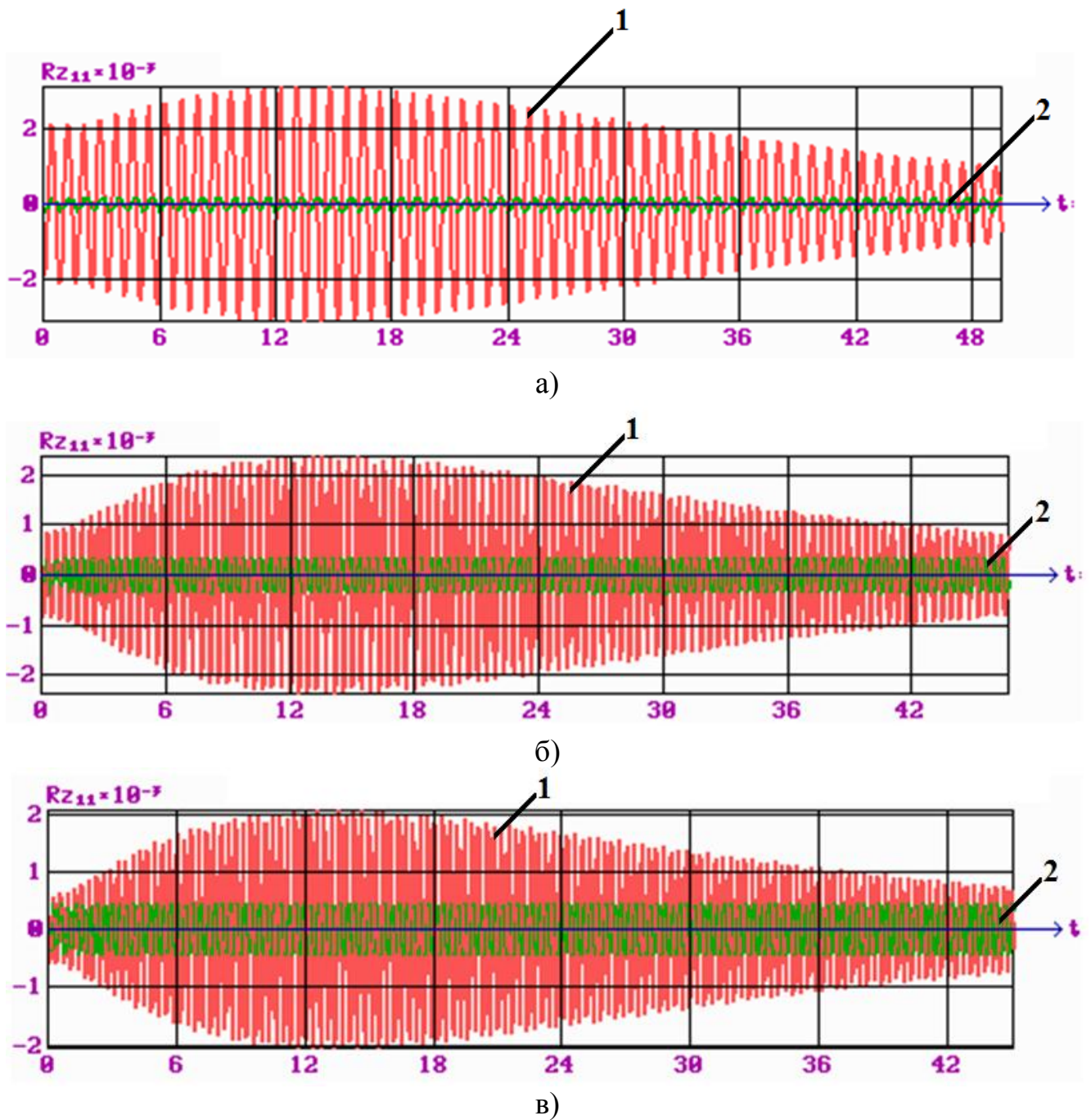


Рисунок 3.6 Графики изменения во времени дополнительных реакций в опорах силовой установки: а – скорость 40 км/ч; б – скорость 80 км/ч; в – скорость 120 км/ч

Элементы введены между абсолютно твердым телом, моделирующим силовую установку (рисунок 2.9), и упругой моделью кузова параллельно со специальными упруго-диссипативными элементами, моделирующими характеристики опор установки. В качестве функции в биполярные элементы задается уравнение (3.81). Для каждой рассматриваемой скорости движения автомотрисы в программном

комплексе Avtezom производится расчет коэффициентов уравнения (3.81). Пример рассчитанных в программе коэффициентов приведен на рисунке 3.5, в. Рассчитанные коэффициенты вводятся в функцию биполярных элементов гибридной динамической модели (рисунок 2.25). Далее производится моделирование движения автотрисы по неровностям пути с соответствующей скоростью.

Влияние учета дополнительных реакций в опорах силовой установки на динамику движения автотрисы оценивалось по приведенным в гл. 2 показателям. В качестве примера на рисунках 3.7–3.10 приведены графики зависимостей вертикальных ускорений кузова, горизонтальных ускорений кузова, коэффициента вертикальной динамики, рамных сил от скорости движения вагона по прямому участку пути и в кривых.

Анализ показателей ходовой динамики, полученных с учетом дополнительных реакций в опорах силовой установки, позволяет сделать выводы:

а) при движении по прямому участку пути:

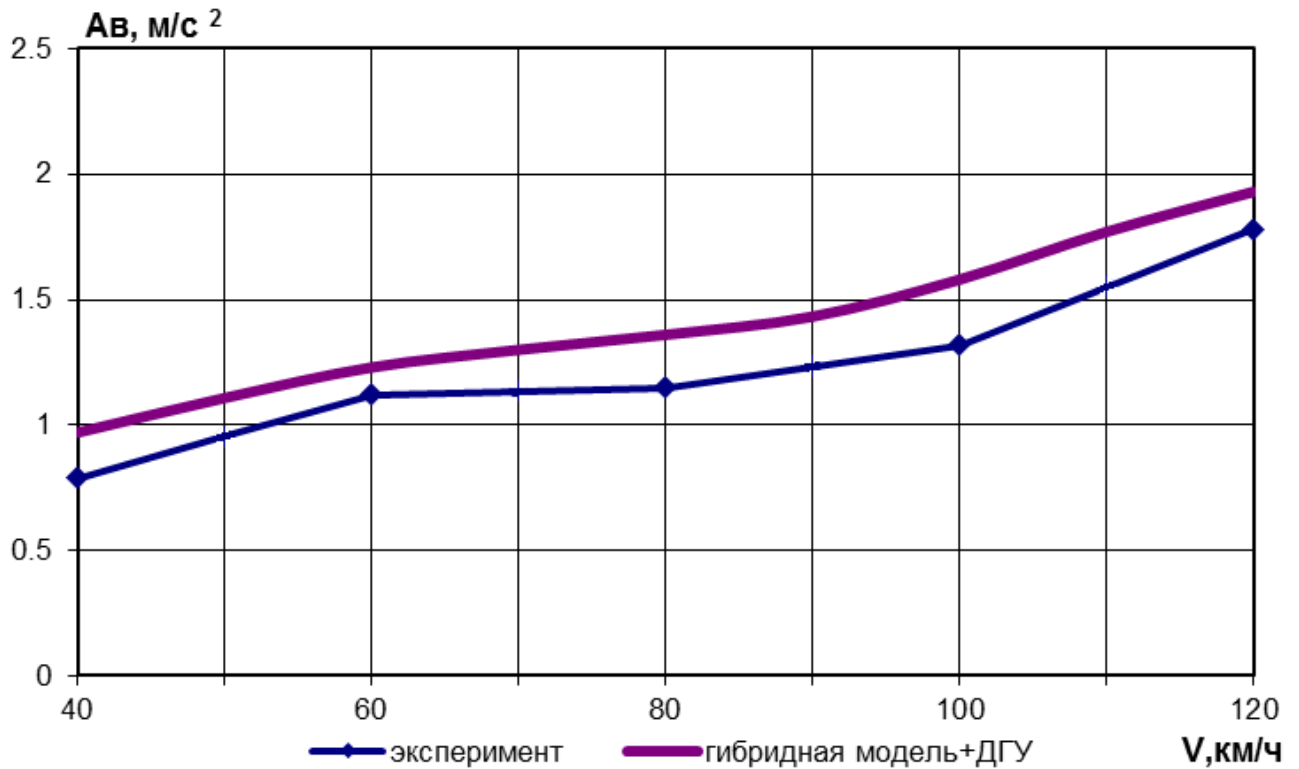
- вертикальные ускорения кузова на 15 % выше экспериментальных;
- горизонтальные (поперечные) ускорения кузова на 14 % выше экспериментальных;
- коэффициенты вертикальной динамики на 12 % выше экспериментальных;
- рамные силы на 8-12% выше экспериментальных.

б) при движении по кривым участкам пути:

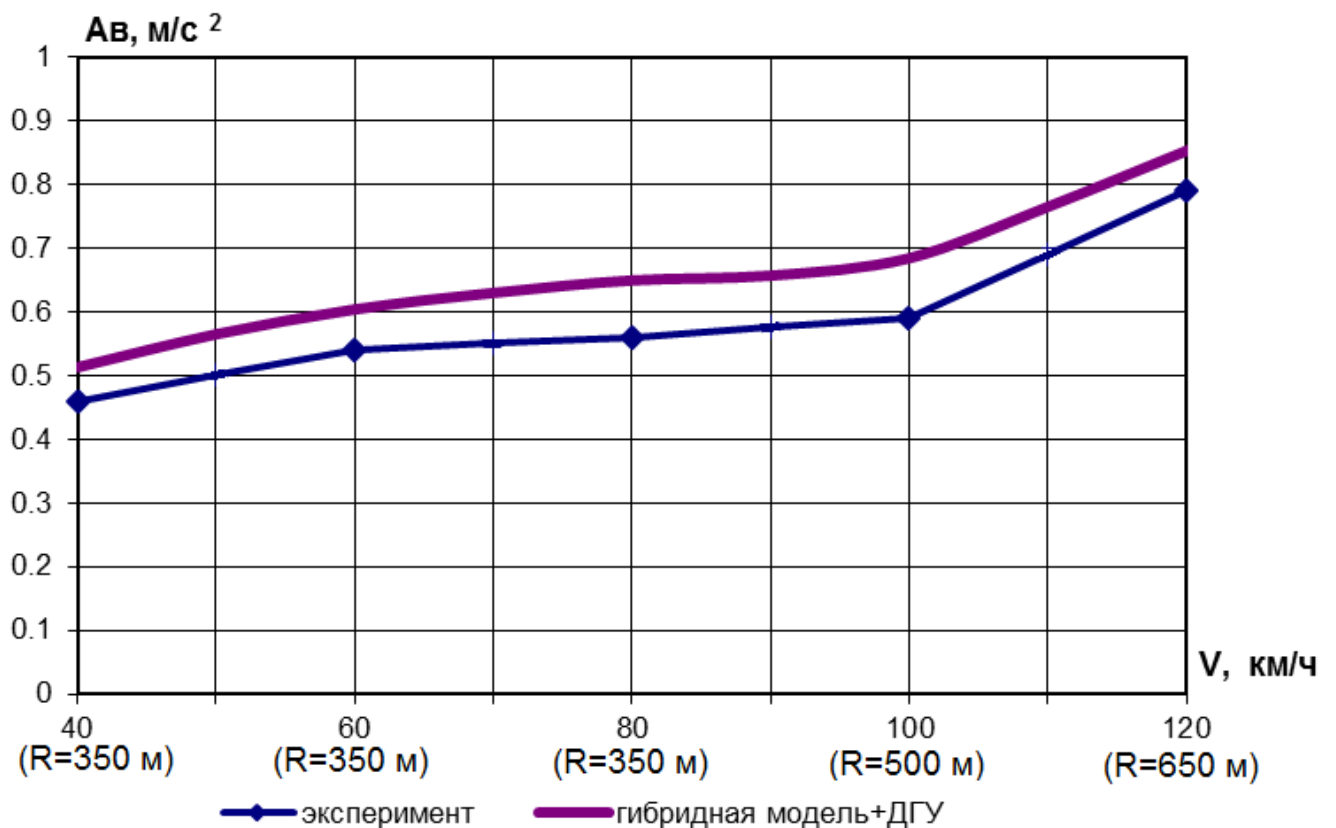
- вертикальные ускорения кузова на 15 % выше экспериментальных;
- горизонтальные (поперечные) ускорения кузова на 13 % выше экспериментальных;
- коэффициенты вертикальной динамики на 11 % выше экспериментальных;
- рамные силы на 9-15 % выше экспериментальных.

Полученные результаты показывают, что параметры ходовой динамики, полученные с использованием гибридной динамической модели, учитывающей дополнительные реакции в опорах силовой установки превышают

экспериментальные данные не более чем на 15 %. При этом обеспечивается запас в отношении безопасности движения.



а)



б)

Рисунок 3.7 – Зависимость вертикальных ускорений кузова от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых



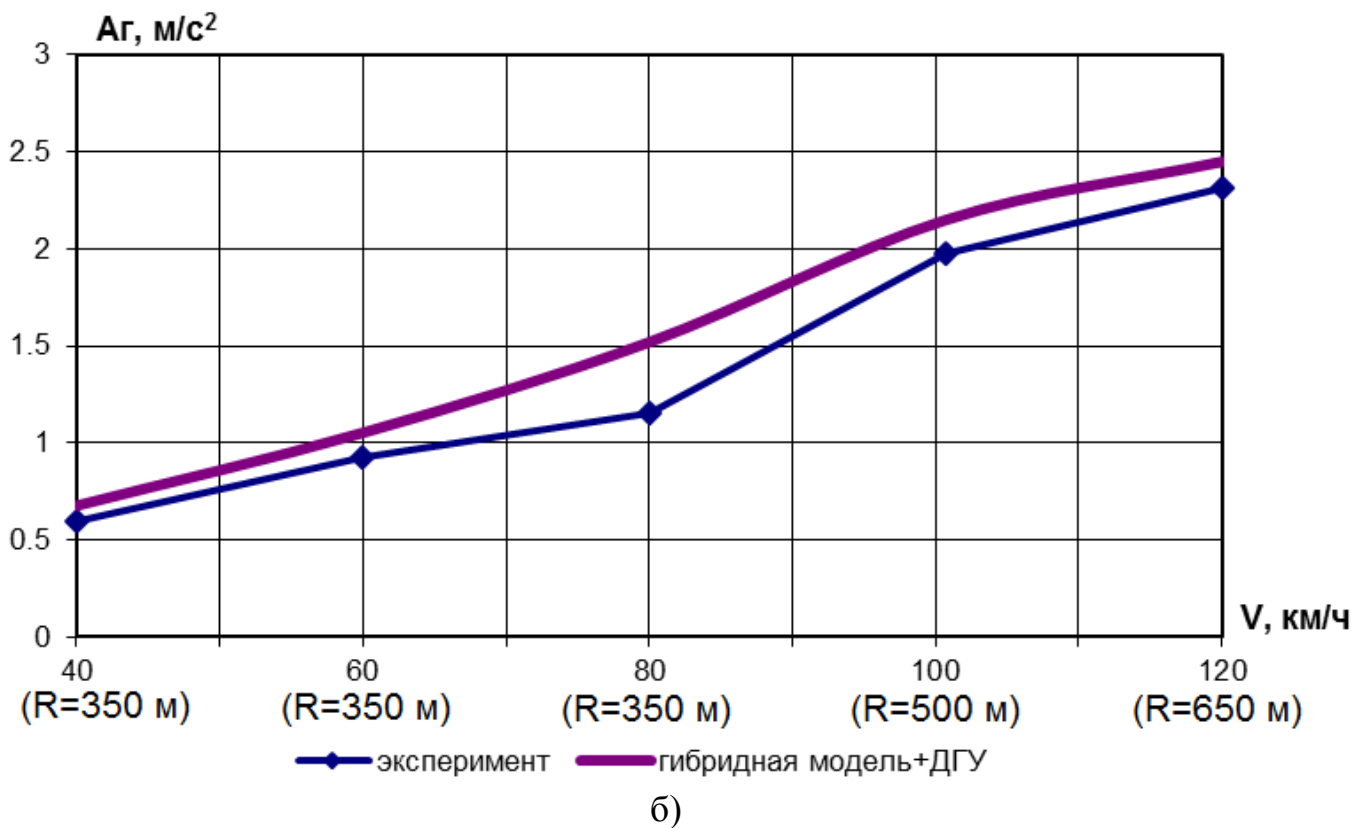
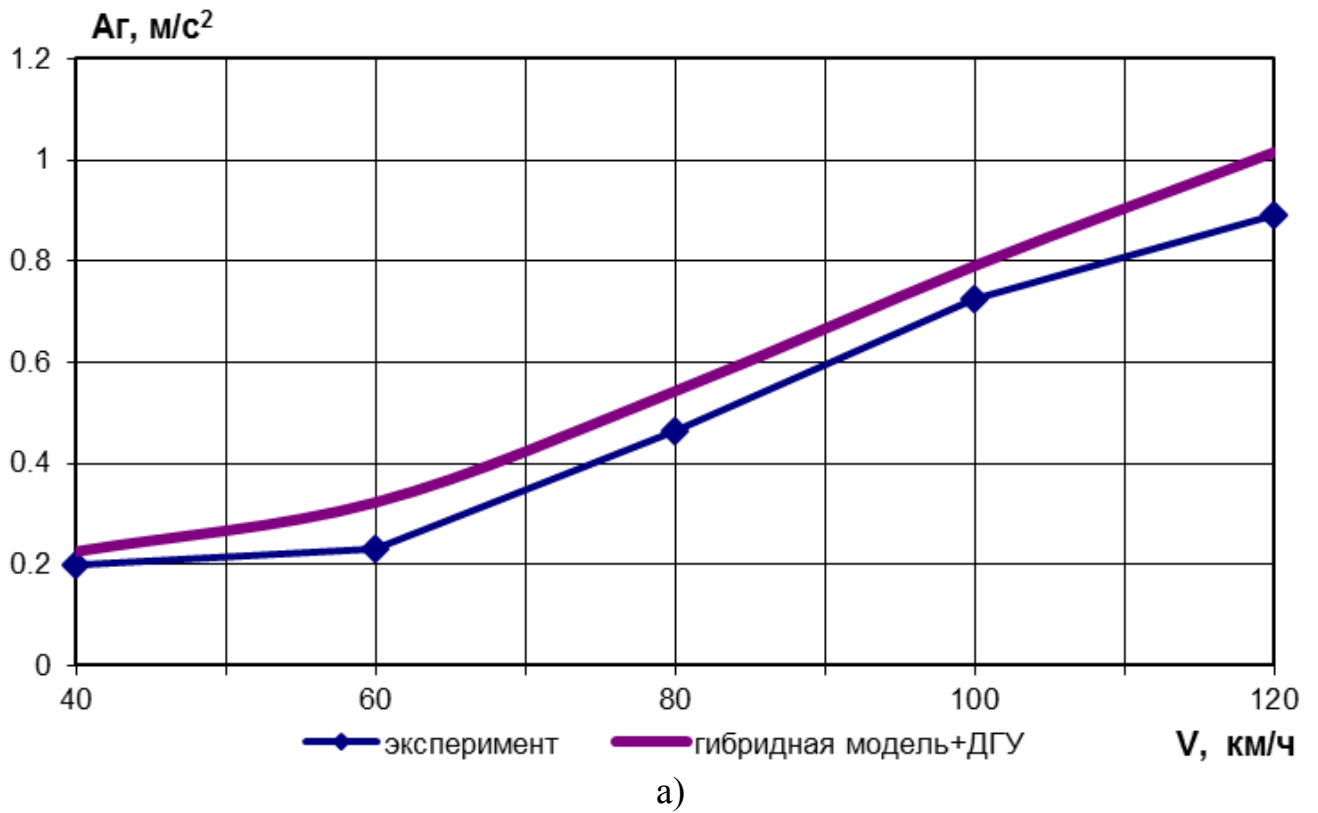


Рисунок 3.8 – Зависимость горизонтальных ускорений кузова от скорости движения автомотрисы: а – по прямой; б – в кривых

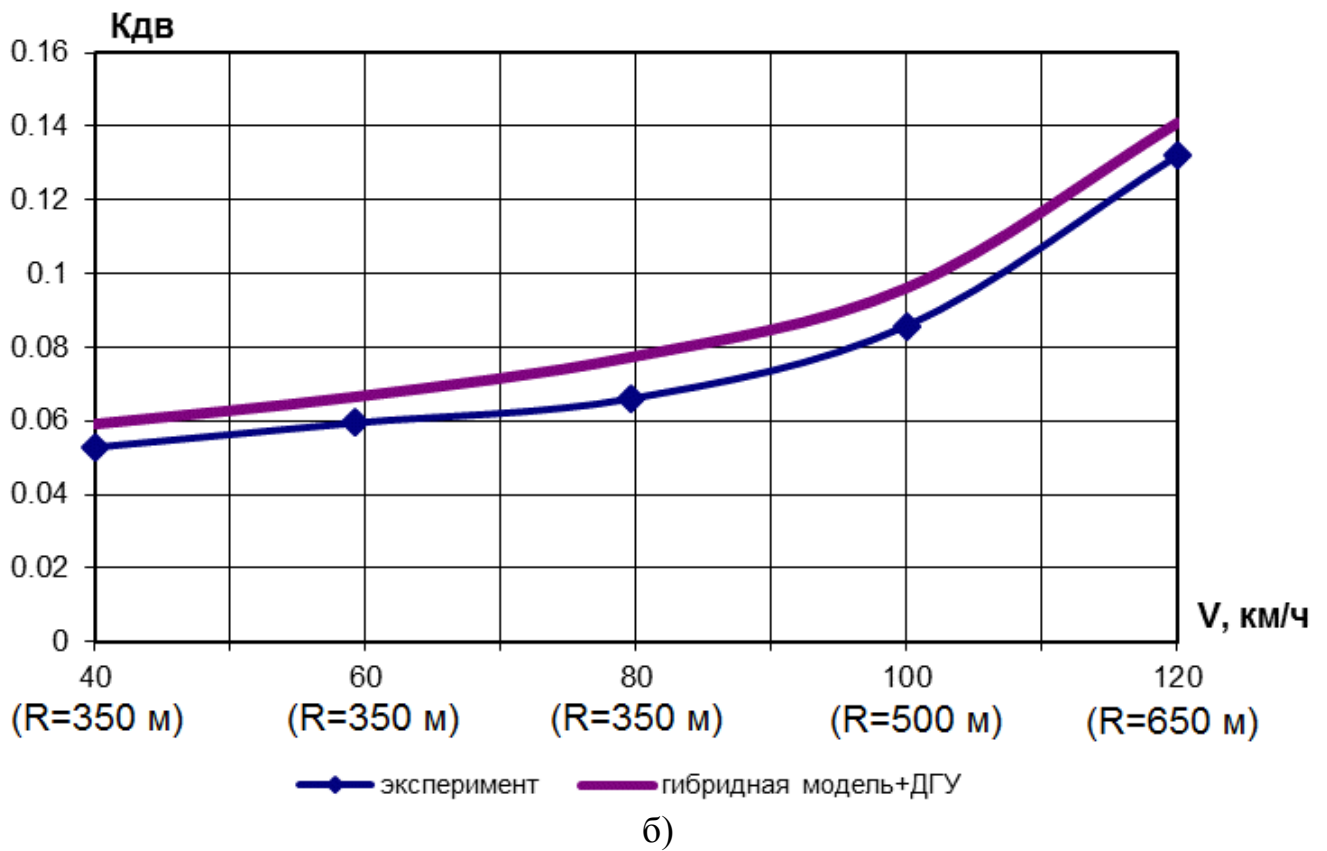
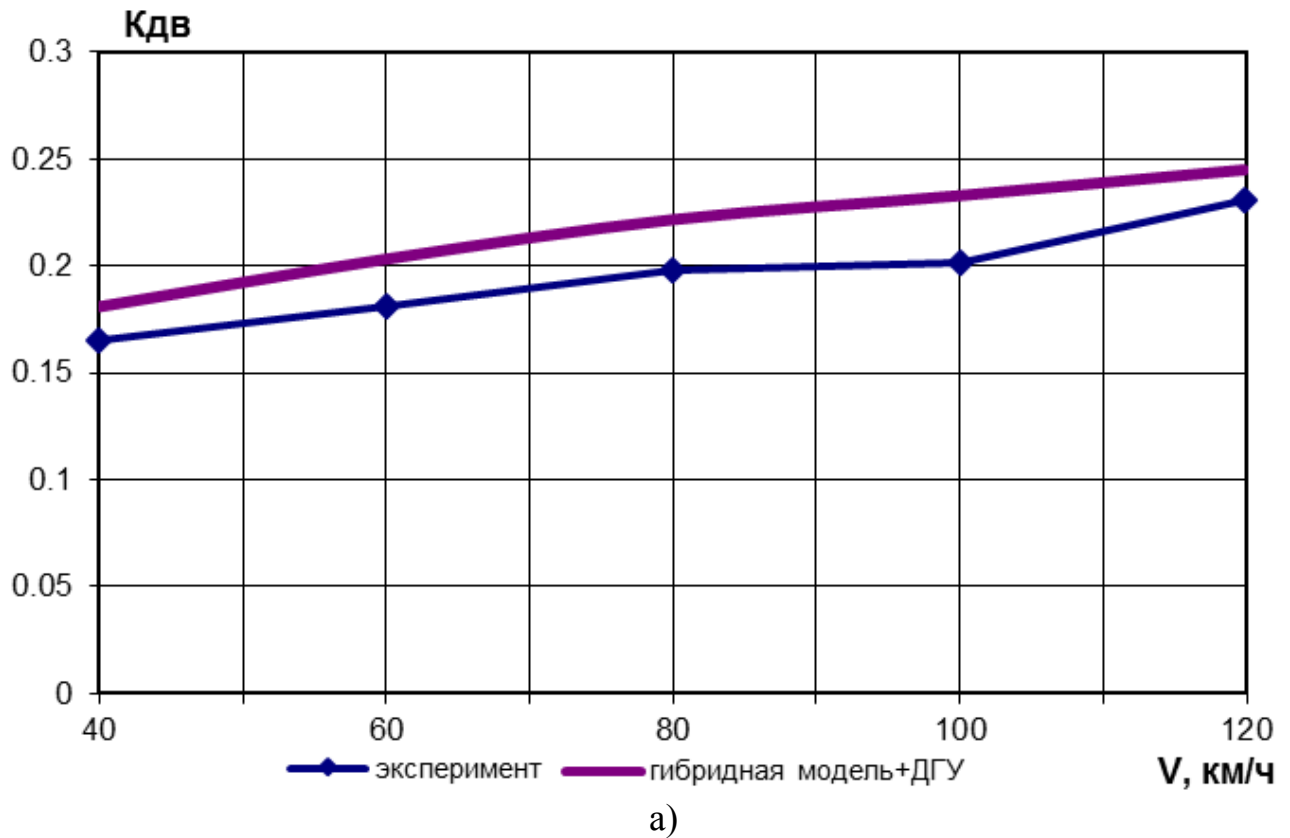


Рисунок 3.9 – Зависимость коэффициента вертикальной динамики от скорости движения автотрассы: а – по прямой; б – в кривых

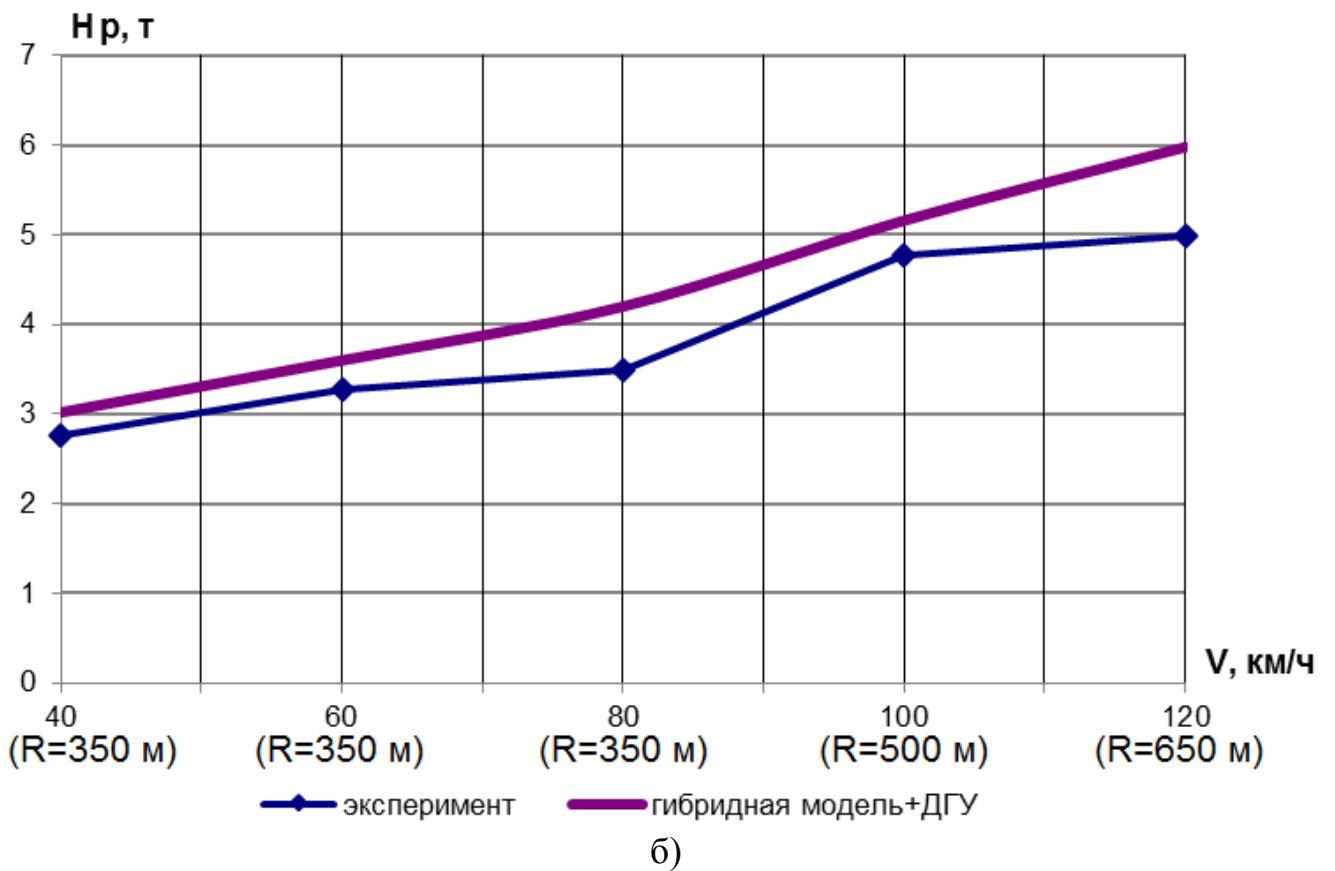
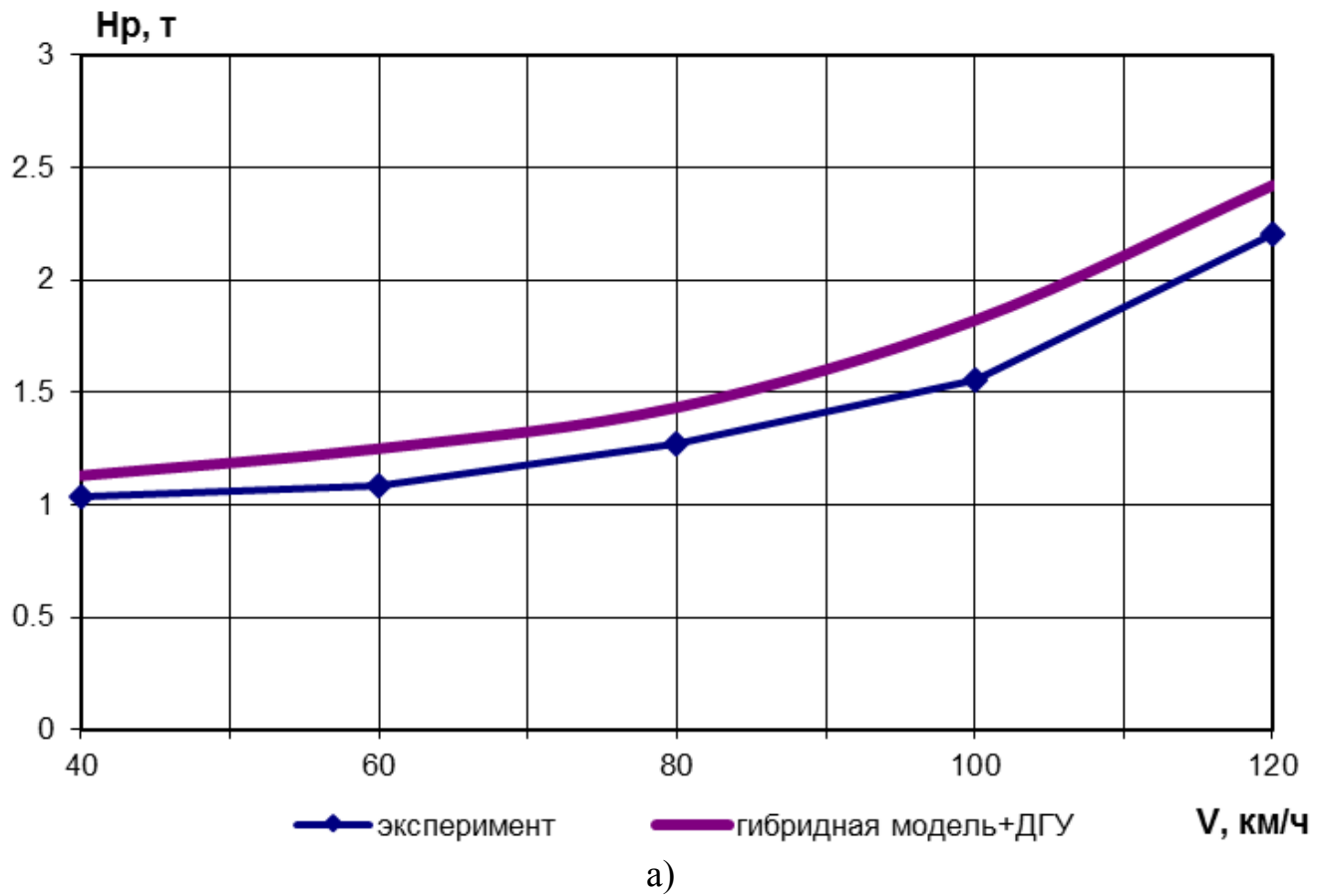


Рисунок 3.10 – Зависимость рамной силы от скорости движения автомотрисы:

а – по прямой; б – в кривых

### 3.4 Оценка динамической нагруженности несущей конструкции автомотрисы.

Для оценки нагруженности несущей конструкции кузова автомотрисы определены динамические усилия, действующие на нее при движении с различными скоростями по прямым участкам пути, в кривых и по стрелочным переводам. Получены усилия, действующие в зонах опирания кузова автомотрисы на тележку I, в зонах опор силовой установки II и крепления топливного бака III (рисунок 3.11).

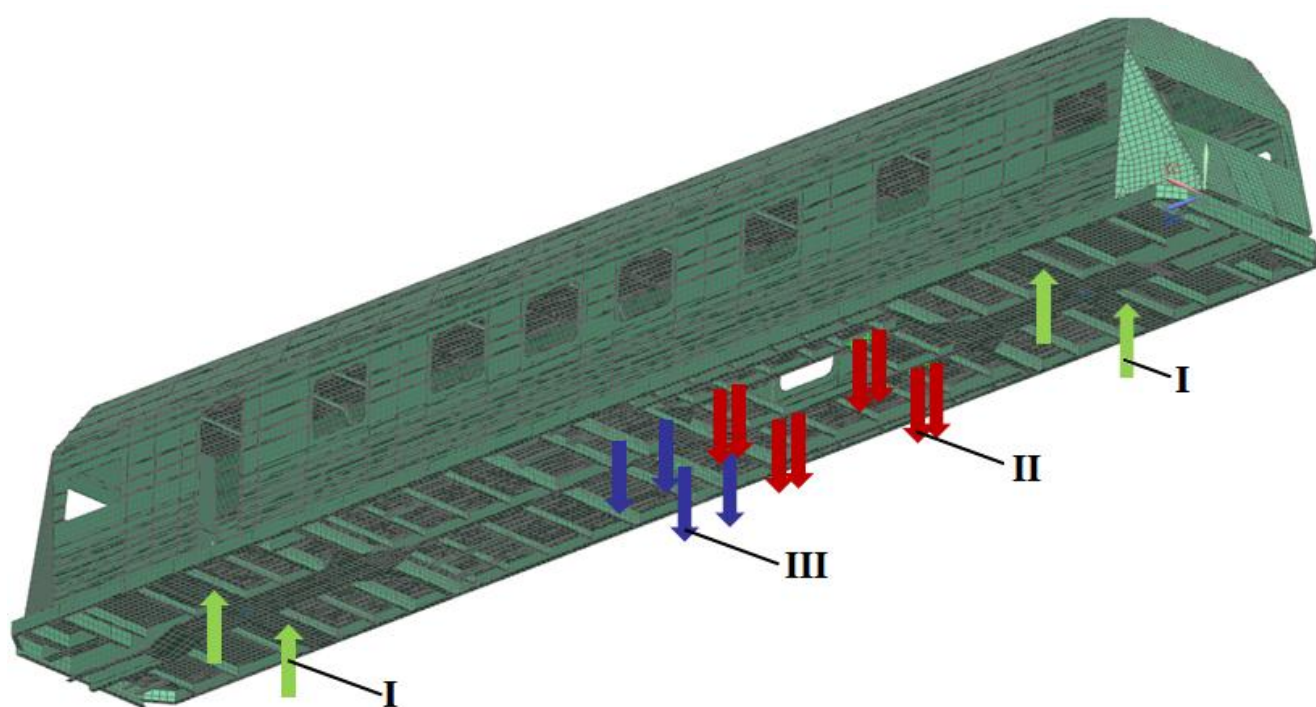
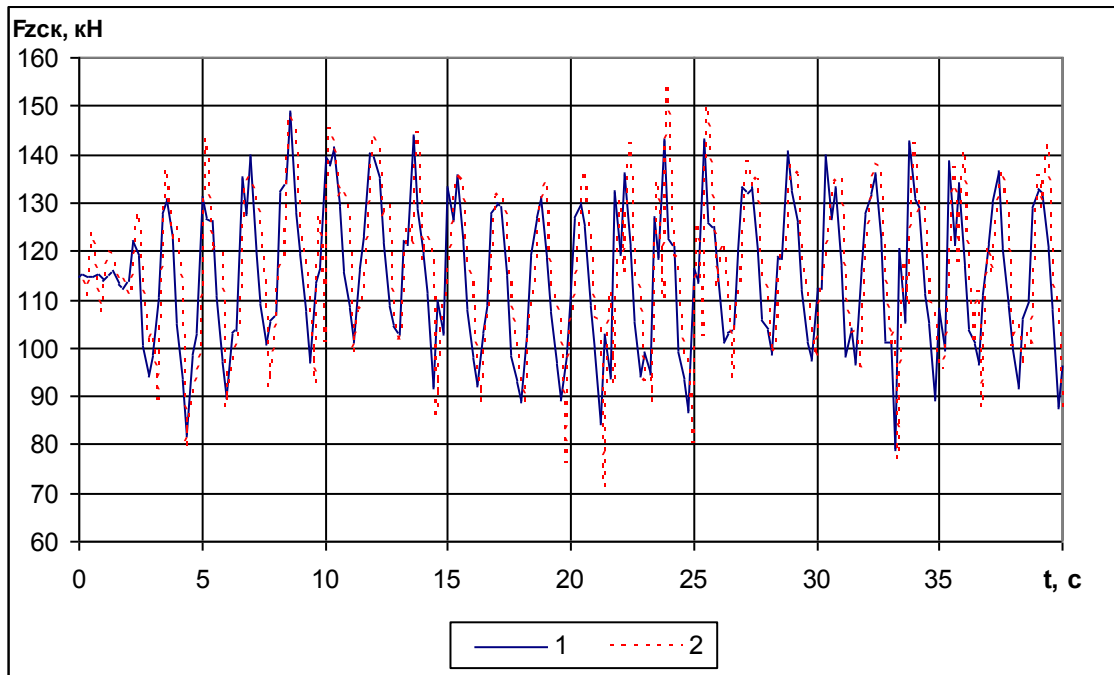
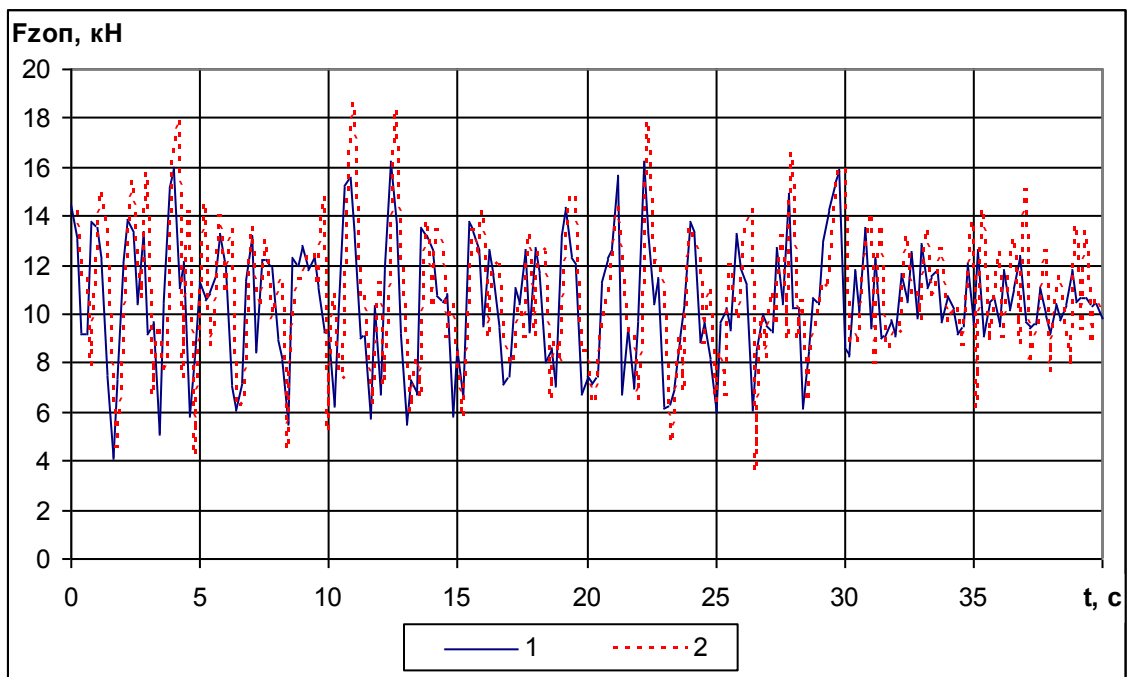


Рисунок 3.11 – Схема динамических усилий, действующих на раму автомотрисы: I – в зоне опирания на тележки; II – в зонах опор силовой установки; III – в зонах крепления топливного бака

На рисунках 3.12, 3.13 в качестве примера приведены динамические усилия, действующие на кузов в зонах I, II при движении автомотрисы по прямому участку пути и в кривой радиусом 350 м со скоростью 80 км/ч. Графики, представленные под номером 1, получены на основе динамической модели, не учитывающей дополнительные реакции в опорах силовой установки, под номером 2 указаны графики, полученные при учете дополнительных реакций.

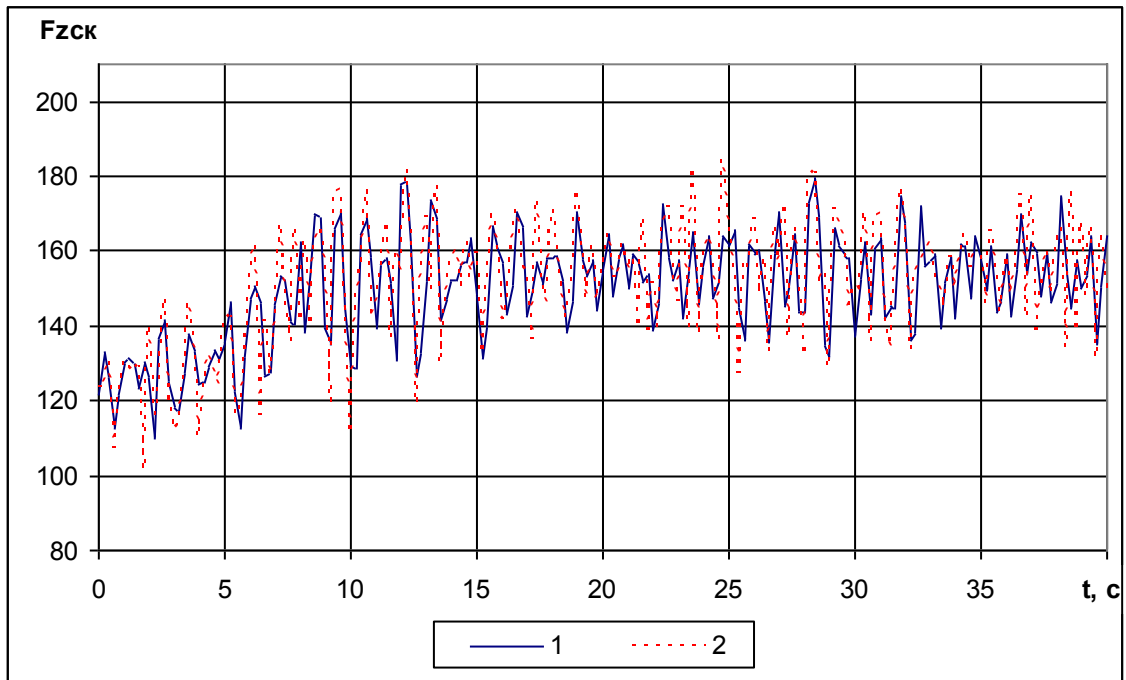


а)

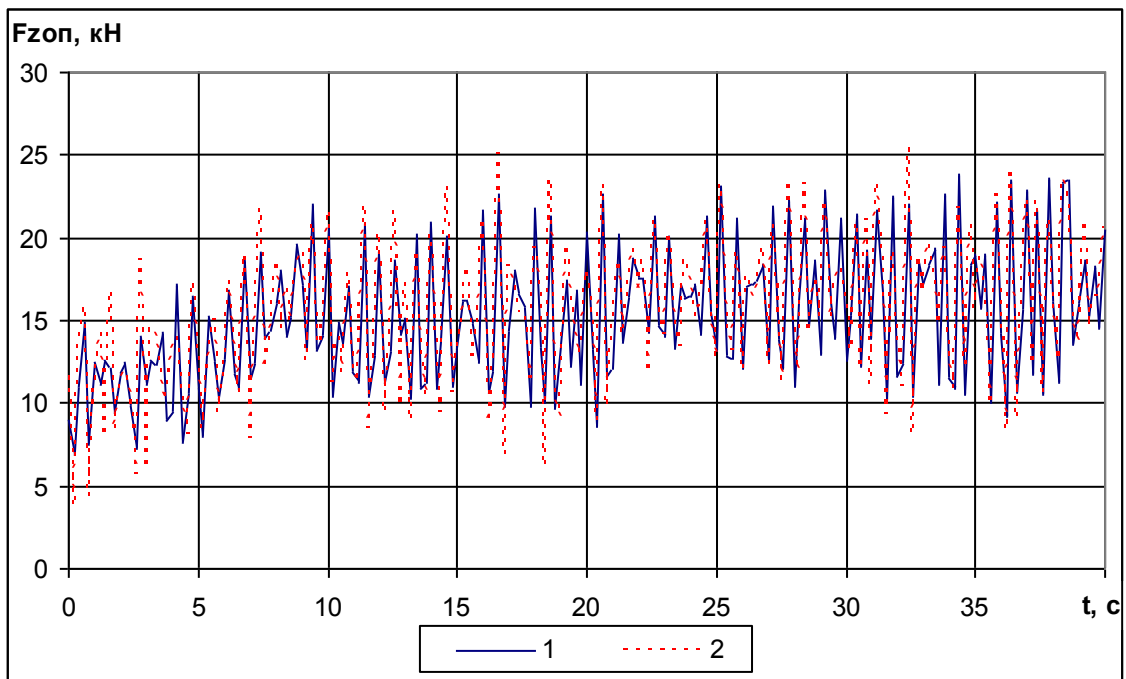


б)

Рисунок 3.12 – Вертикальные динамические усилия, действующие на кузов при движении автотрисы по прямому участку пути со скоростью 80 км/ч: а – в левом скользяне первой по ходу движения тележки; б – в левой первой по ходу движения опоре силовой установки



а)



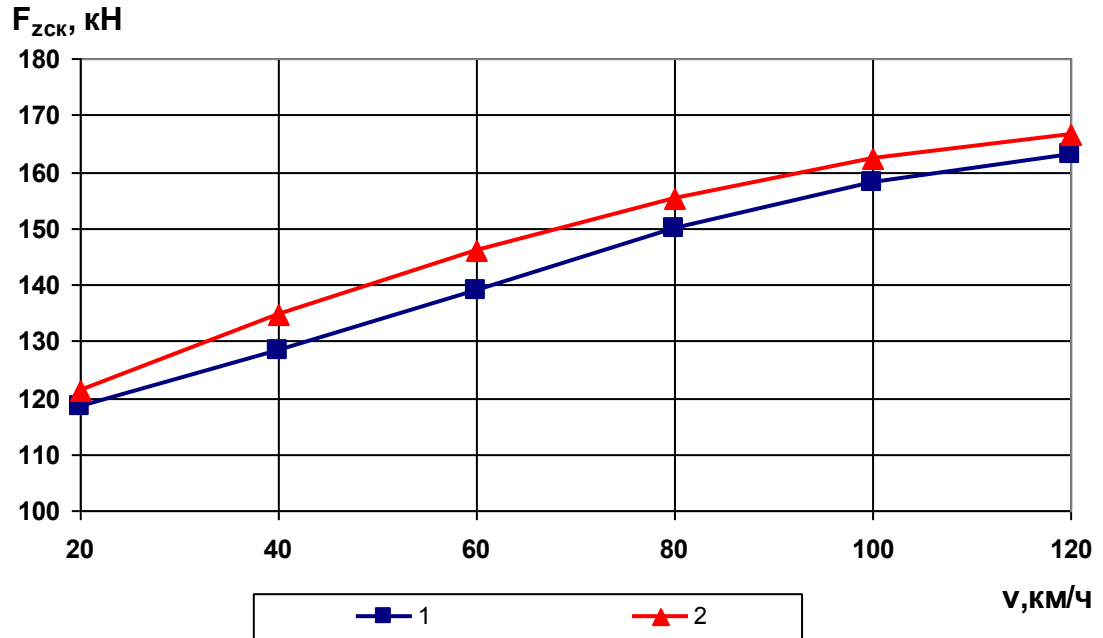
б)

Рисунок 3.13 – Вертикальные динамические усилия, действующие на кузов при движении автотрисы в кривой радиусом 350 м со скоростью 80 км/ч:

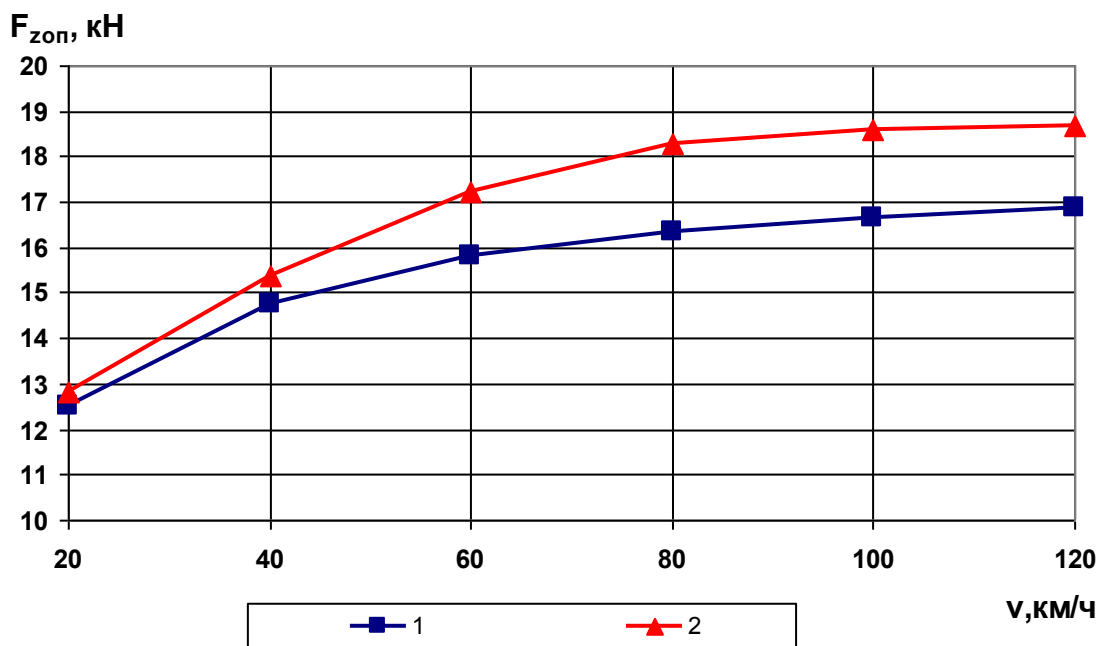
а – в левом скользяне первой по ходу движения тележки; б – в левой первой по ходу движения опоре силовой установки.

Как видно из приведенных графиков, учет дополнительных динамических реакций в опорах силовой установки приводит к повышению динамических усилий в среднем на 6-13 %.

На рисунках 3.14, 3.15 представлены графики максимальных усилий, действующих на кузов в зонах I, II при движении автотрисы по прямому участку пути и в кривых (параметры кривых приведены в таблице 2.5) в зависимости от скорости движения автотрисы.

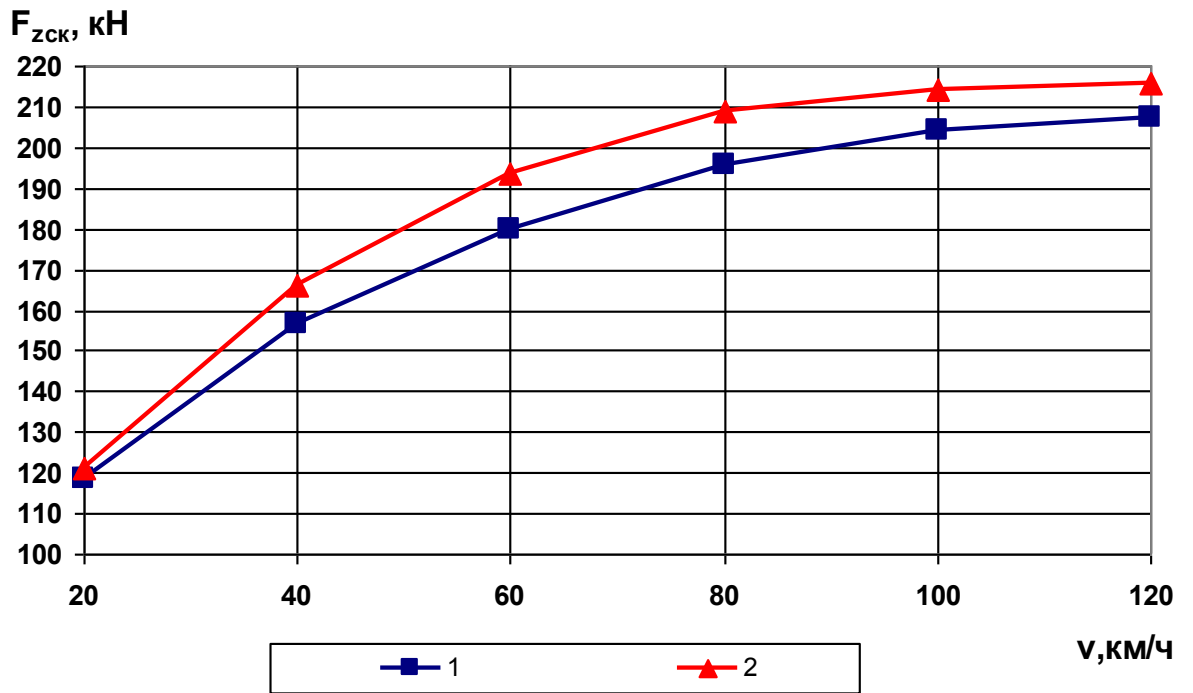


а)

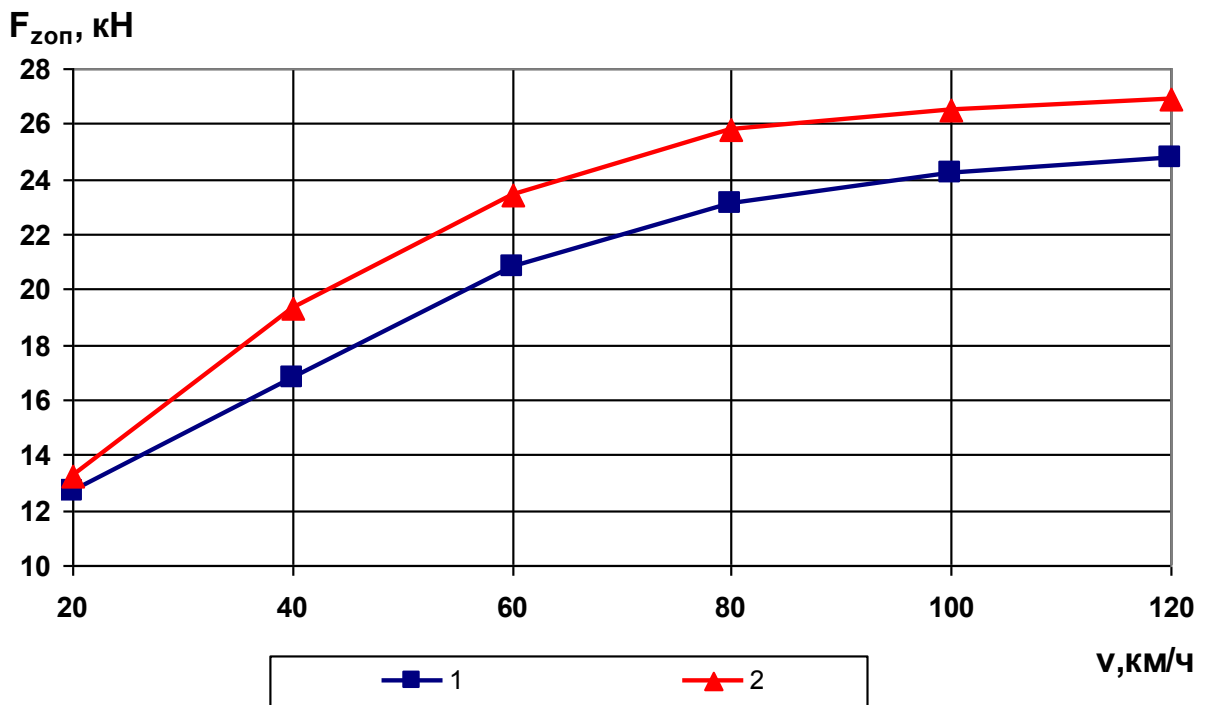


б)

Рисунок 3.14 – Максимальные усилия, действующие на кузов при движении автотрисы по прямому участку пути в зависимости от скорости движения автотрисы: а – в зоне I; б – в зоне II



а)



б)

Рисунок 3.15 – Максимальные усилия, действующие на кузов при движении автомотрисы в кривых в зависимости от скорости движения автомотрисы

а – в зоне I; б – в зоне II



Анализ приведенных результатов показывает, что максимальные уровни усилий, полученных с учетом дополнительных реакций в опорах силовой установки, превышают уровни, полученные без их учета:

- для зоны скользуна кузова в среднем на 3-8 %;
- для зоны опор силовой установки на 4-13 %;
- для зоны подвески топливного бака на 3-11 %.

При увеличении скорости движения влияния дополнительных реакций в опорах снижается для всех рассматриваемых зон кузова в среднем на 4 %.

Увеличение динамических усилий за счет учета дополнительных реакций в опорах силовой установки, полученное при моделировании, оказывает влияние как на прочность, так и на усталостную долговечность несущей конструкции. В связи с этим целесообразно оценить динамическое напряженное состояние несущей конструкции кузова автомотрисы, а также усталостную прочность ее наиболее нагруженных сварных соединений.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ ПО ГЛАВЕ

Выполнено обоснование необходимости учета эффекта Зоммерфельда при исследовании динамической нагруженности несущей конструкции кузова автомотрисы.

Разработана математическая модель взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автомотрисы, использующая статические характеристики источника энергии.

На основе разработанной математической модели автомотрисы получено уравнение, описывающее изменение дополнительных реакций в опорах силовой установки во времени.

Проведено моделирование движения автомотрисы по неровностям пути на прямом участке пути и в кривых с использованием гибридной динамической модели, учитывающей дополнительные реакции в опорах силовой установки.

Установлена зависимость динамических характеристик автомотрисы от учета/неучета дополнительных реакций в опорах силовой установки.

Показатели ходовой динамики, полученные с использованием динамической модели, учитывающей дополнительные реакции в опорах силовой установки, превышают экспериментальные данные не более чем на 16 %, что обеспечивает запас в отношении безопасности движения.

Определены динамические усилия, действующие на несущую конструкцию кузова автомотрисы для описанных в гл. 2 условий эксплуатации с учетом дополнительных реакций в опорах силовой установки и без учета.

Анализ полученных результатов показал, что учет дополнительных реакций приводит к увеличению действующих динамических усилий до 13 %, что может оказать влияние на прочность и усталостную долговечность несущей конструкции кузова автомотрисы.

## 4. ИССЛЕДОВАНИЕ УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КУЗОВА АВТОМОТРИСЫ

### *4.1 Оценка динамического напряженно-деформированного состояния несущей конструкции кузова автомотрисы*

Оценка динамического напряженно-деформированного состояния выполнена на основе детализированной упруго-диссипативной конечноэлементной модели кузова автомотрисы (рисунок 2.21).

При оценке динамического напряженно-деформированного состояния к узлам конечноэлементной модели, соответствующим зонам взаимодействия кузова с тележками, силовой установкой и топливным баком (рисунок 3.11), прикладывались изменяющиеся во времени усилия, взятые из осциллограмм. В свою очередь, осциллограммы усилий получены на основе динамической гибридной модели (рисунок 2.25) по методике, описанной в гл. 3 при движении автомотрисы по неровностям пути с рассматриваемыми скоростями.

Рассматривались два набора динамических усилий, один из которых получен с учетом дополнительных реакций в опорах силовой установки, второй – без учета.

Расчет модели в динамической постановке проводился методом непосредственного интегрирования уравнений узловых перемещений, реализованным в программном комплексе Simens PLM Software Femap 9.3 от действия динамических усилий, соответствующих движению автомотрисы в течение 40 с. Рассматривались следующие режимы эксплуатации:

- движение автомотрисы по прямому участку пути со скоростями от 20 до 120 км/ч с шагом в 20 км/ч;
- движение в кривых радиусом  $R$  равным 350 м, 500 м, 650 м со скоростями, приведенными в таблице 2.5;

- противошерстное прохождение автотрисой стрелочного перевода с крестовиной марки 1/11.

В результате проведенных расчетов получены картины изменения напряжений во времени в несущей конструкции кузова автотрисы для каждого из рассмотренных режимов эксплуатации.

Анализ полученных результатов позволил определить наиболее нагруженные в эксплуатации зоны несущей конструкции кузова автотрисы (рисунок 4.1).

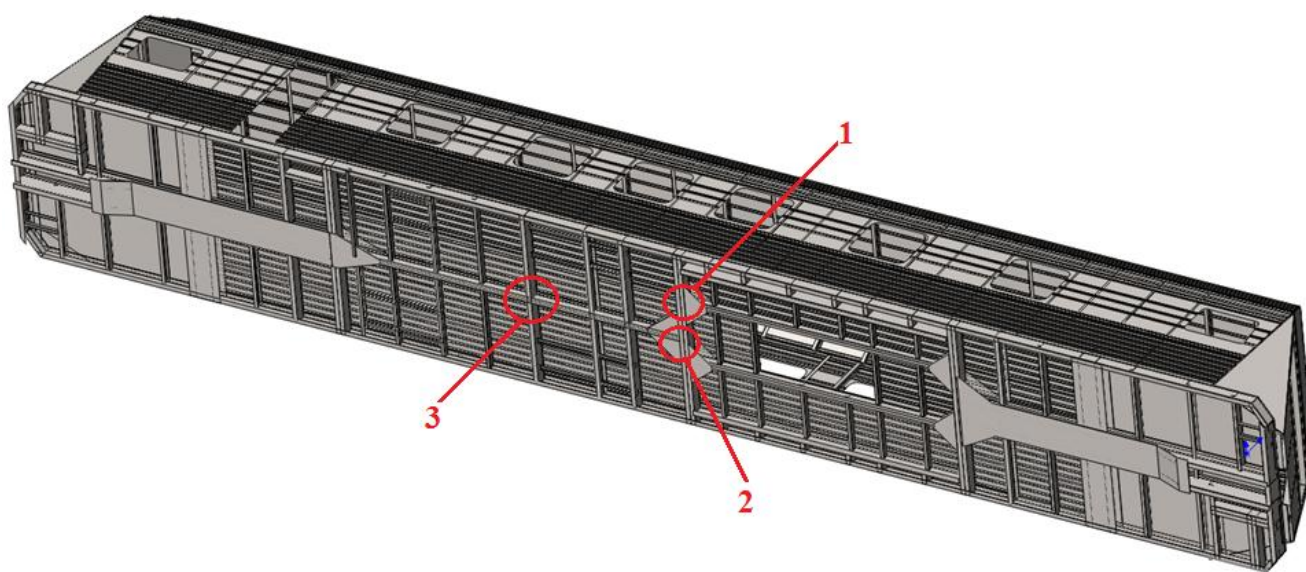


Рисунок 4.1 – Схема размещения наиболее нагруженных зон несущей конструкции кузова автотрисы: 1 – зона соединения продольной балки рамы кузова с поперечной балкой в месте монтажа силовой установки; 2 – зона соединения хребтовой балки рамы кузова с поперечной балкой в месте монтажа силовой установки; 3 – зона соединения хребтовой балки рамы кузова с поперечной балкой

В указанных на рисунке 4.1 зонах определены десять наиболее нагруженных сварных соединения (рисунок 4.2), определяющие усталостную прочность несущей конструкции кузова автотрисы в целом.

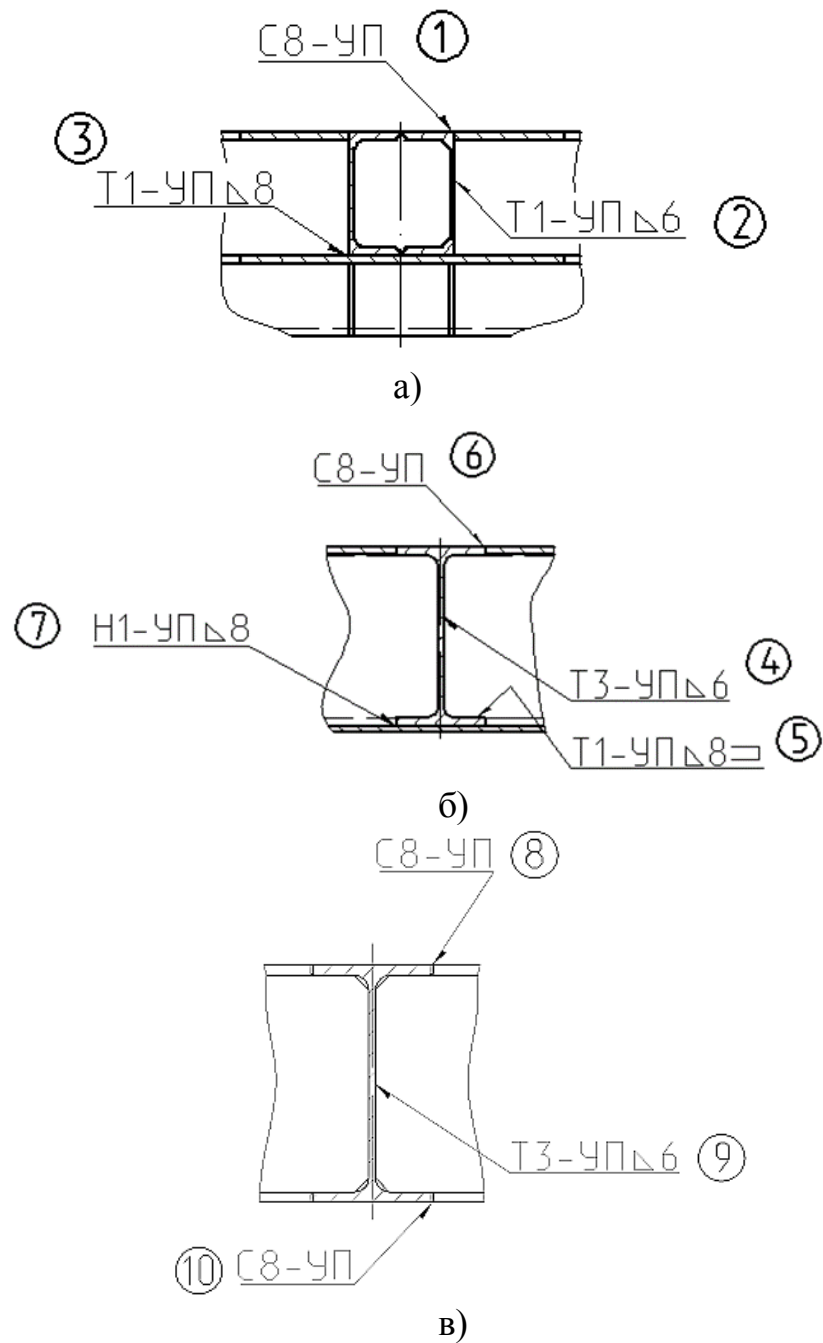
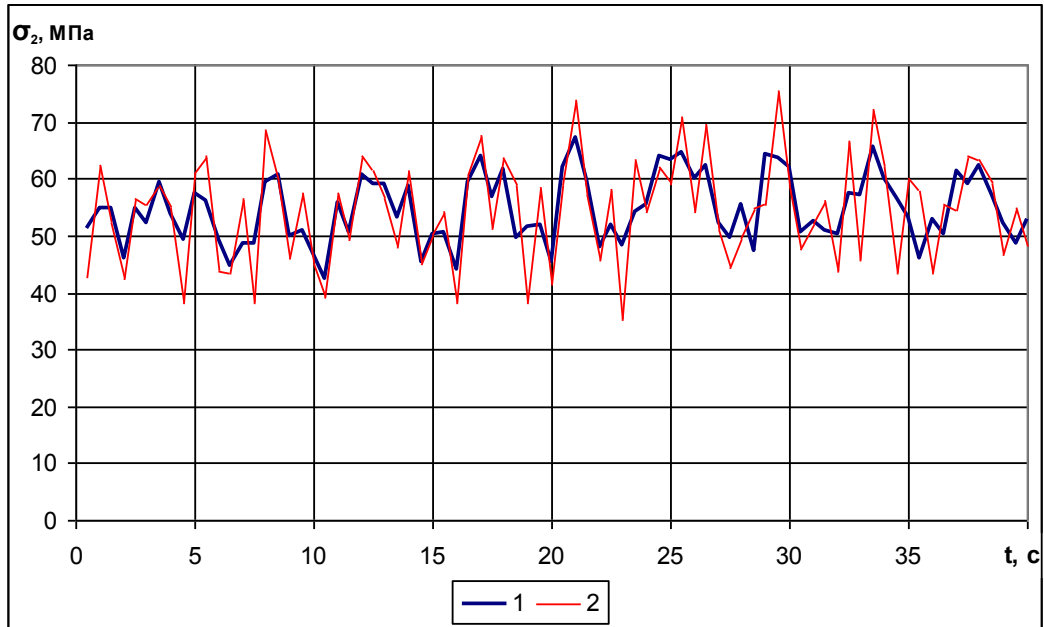


Рисунок 4.2 – Наиболее нагруженные сварные соединения, влияющие на прочность несущей конструкции кузова автотрисы: а – зоны № 1; б – зоны № 2; в – зоны № 3

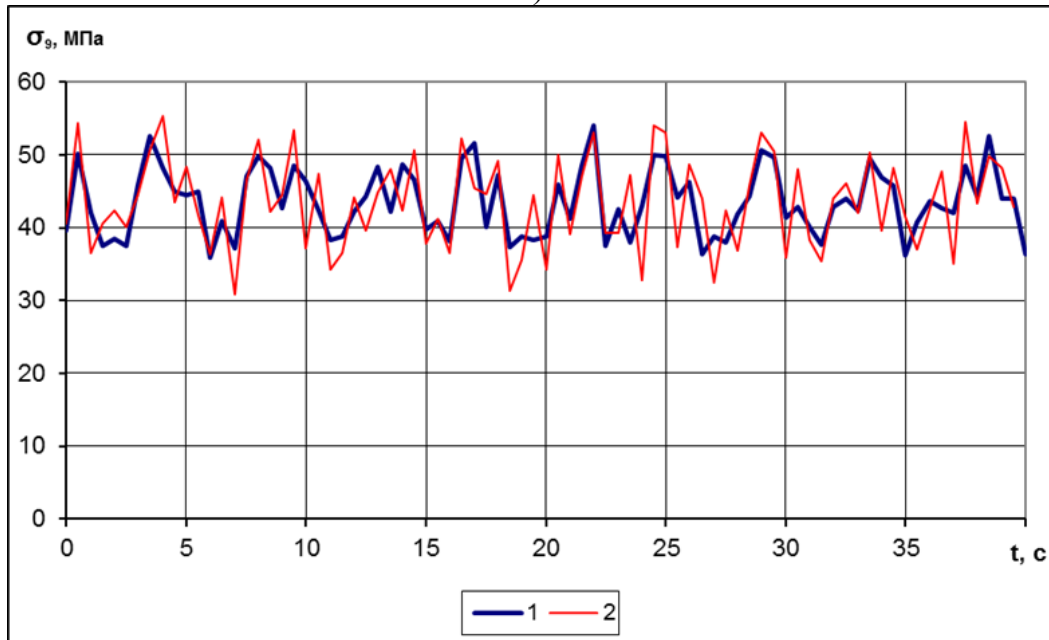
На рисунке 4.2 цифрами в окружностях указаны номера сварных соединений, используемых в дальнейшем для их обозначения.

Для рассматриваемых сварных соединений в результате серии расчетов конечноэлементной модели в динамической постановке получены осциллограммы изменения напряжений во времени для варианта, учитывающего дополнительные реакции в опорах силовой установки и без учета. В качестве

примера на рисунке 4.3 приведены осциллограммы изменения напряжений в наиболее нагруженных сварных соединениях № 2 и № 9 во времени при движении автотрисы на прямом участке пути со скоростью 80 км/ч. На рисунке 4.3 под номером 1 представлены кривые, соответствующие расчету без учета дополнительных динамических нагрузок, под номером 2 – с учетом.



а)



б)

Рисунок 4.3 – Осциллограммы изменения напряжений в наиболее нагруженных сварных соединениях: а – в сварном соединении № 2; б – в сварном соединении № 9

Анализ результатов расчета позволяет сделать вывод, что учет дополнительных реакций в опорах силовой установки приводит к увеличению уровня напряжений в наиболее нагруженных сварных соединениях на 10–14 %.

#### ***4.2 Анализ усталостной долговечности наиболее нагруженных сварных соединений кузова автомотрисы***

На основе полученных осциллограмм изменения напряжений в наиболее нагруженных сварных соединениях произведен их расчет на сопротивление усталости с использованием методики и рекомендаций «Норм...» [15].

$$\frac{\sigma_{a,N}}{\sigma_{a,\Theta}} \geq [n_y], \quad (4.1)$$

где  $\sigma_{a,N}$  – величина предела выносливости натурной детали автомотрисы (по амплитуде), вычисленная для симметричного цикла при базовом числе циклов испытаний  $N_0$ ;  $\sigma_{a,\Theta}$  – расчетное значение амплитуды динамического напряжения условно симметричного цикла нагружения детали автомотрисы, приведенная к базовому числу циклов испытаний  $N_0$  и эквивалентное по повреждающему воздействию реальному режиму эксплуатационных случайных напряжений за проектный срок службы конструкции;  $[n_y]$  – допускаемое значение коэффициента запаса сопротивления усталости.

Выбор значения  $[n_y]$  осуществляется по рекомендациям [15] в пределах  $1,3 < [n_y] < 2,2$  в зависимости от типа детали автомотрисы и надежности данных по пределу выносливости  $\sigma_{a,N}$  и эксплуатационной нагруженности  $\sigma_{a,\Theta}$  исследуемой детали. Базовое число циклов в соответствии с [15] для несущих деталей автомотрис принимается равным  $N_0 = 10^7$  циклов.

Определение предела выносливости натурной детали  $\sigma_{a,N}$  осуществляется с учетом вероятностного рассеивания характеристик сопротивления усталости и распределения мгновенных значений случайных величин, близкого к нормальному [15], с помощью выражения

$$\sigma_{a,N} = \bar{\sigma}_{a,N} (1 - Z_p \gamma_{\sigma_{a,N}}), \quad (4.2)$$

где  $\bar{\sigma}_{a,N}$  – среднее значение предела выносливости натурной детали;  $Z_p$  – квантиль распределения соответствующей вероятности  $P$ , принимаемая из условия, что  $\bar{\sigma}_{a,N}$  – случайная величина, имеющая нормальный закон распределения;  $\gamma_{\sigma_{a,N}}$  – коэффициент вариации предела выносливости детали.

Значение  $Z_p$  принимается для основных несущих деталей автотранспорта для вероятности  $P=0,95$  равным  $Z_p=1,645$  [15], значение  $\gamma_{\sigma}$  принимается в зависимости от марки стали и условий проведения сварочных работ в пределах  $0,05 < \gamma_{\sigma} < 0,12$  [15].

Среднее значение предела выносливости натурной детали  $\bar{\sigma}_{a,N}$  определяется выражением [15]

$$\bar{\sigma}_{a,N} = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{(\bar{K}_{\sigma})_K}, \quad (4.3)$$

где  $\bar{\sigma}_{-1}$  – среднее (медианное) значение предела выносливости гладкого стандартного образца из материала детали (по ГОСТ 25.502-79) при симметричном цикле изгиба на базе  $N_0$ ;  $(\bar{K}_{\sigma})_K$  – среднее значение общего коэффициента снижения предела выносливости натурной детали по отношению к пределу выносливости гладкого стандартного образца.

Значение  $\bar{\sigma}_{-1}$  принимают в зависимости от марки стали по справочным данным [15].

Величина коэффициента  $(\bar{K}_{\sigma})_K$  определяется по следующей формуле [15]

$$(\bar{K}_{\sigma})_K = \bar{K}_{\sigma} \frac{K_H * K_y}{K_M * K_{пов}}, \quad (4.4)$$

где  $\bar{K}_{\sigma}$  – эффективный коэффициент концентрации напряжений в зоне сварного шва;  $K_H$  – коэффициент неоднородности материала;  $K_y$  – коэффициент влияния упрочняющей поверхностной обработки детали;  $K_M$  – коэффициент влияния размеров детали;  $K_{пов}$  – коэффициент влияния качества поверхности детали.



Значения коэффициентов  $K_H$ ,  $K_M$  и  $K_{пов}$  принимаются в зависимости от типа материала детали, ее характерных размеров и качества поверхностей в соответствии с рекомендациями «Норм...» [15]. Влияние упрочняющей поверхностной обработки учитывается с помощью уточненных величин коэффициента  $K_y$ , приведенных в [137] и в «Нормах...».

Коэффициент  $\bar{K}_\sigma$  определяется на основании геометрических параметров стыкового шва с помощью аппроксимирующих зависимостей, приведенных в [138].

Определение величины приведенной амплитуды динамических напряжений  $\sigma_{a,\text{э}}$  для прерывной функции распределения амплитуд напряжений осуществляется по зависимости, приведенной в [15]

$$\sigma_{a,\text{э}} = m \sqrt{\frac{N_c}{N_0} \sum_{i=1}^n P_i \sum_{j=1}^{k_i} \sigma_{aij}^m P_{\sigma ij}}, \quad (4.5)$$

где  $n$  – количество режимов эксплуатации ( $n=3$ :  $i=1$  – движение по прямому участку пути,  $i=2$  – в кривых,  $i=3$  – по стрелочному переводу);  $P_i$  – вероятность движения по пути типа  $i$ ;  $\sigma_{aij} - j$  – е уровни амплитуд напряжений, соответствующие движению автотрисы по участку типа  $i$ ;  $P_{\sigma ij}$  – вероятность появления амплитуд с уровнем  $\sigma_{aj}$  на участке типа  $i$ ;  $k_i$  – количество рассматриваемых скоростей движения автотрисы для режима эксплуатации типа  $i$ ;  $m$  – показатель кривой Велера.

Определение значений величины  $\sigma_{aj}$  и соответствующих им значений  $P_{\sigma ij}$  производится путем статистической обработки осциллограммы процесса изменения динамических эквивалентных напряжений во времени, полученных на втором этапе предлагаемой методики. Статистическая обработка производится методом полных циклов [138], при этом рассматриваются амплитуды напряжений от  $\sigma_{\min}$  до  $\sigma_{\max}$ . С учетом снижения предела выносливости детали в процессе длительного циклического нагружения минимальный уровень напряжений, оказывающих повреждающее воздействие, определяется по зависимости

$$\sigma_{\min} = k_{\Pi} \sigma_{aN}, \quad (4.6)$$

где  $k_{\Pi}$  – коэффициент, определяющий нижнюю границу повреждающих напряжений.

В результате статистической обработки определяется амплитудно-частотная характеристика процесса, на основании которой рассчитывается по зависимости (4.5) величина приведенной амплитуды динамических напряжений.

Предполагая, что предельное состояние наступает при снижении коэффициента запаса сопротивления усталости ниже допустимого, имеем зависимость для определения ресурса сварного шва в циклах нагружения в виде

$$N_c = \frac{\left( \frac{\sigma_{a,N}}{[n_y]} \right)^m \times N_0}{\sigma_{a,\text{Э}}}. \quad (4.8)$$

В качестве критерия отказа служит появление в исследуемом конструктивном элементе развивающейся усталостной трещины длиной не менее 10-15 мм.

Срок службы автомотрисы в годах определяется на основе зависимости, приведенной в «Нормах...»

$$T_k = \frac{N_c}{B * f_3}, \quad (4.9)$$

где  $f_3$  – центральная (эффективная) частота процесса изменения динамических напряжений;  $B$  – коэффициент перевода срока службы в годах во время непрерывного движения в секундах, определяемый по формуле [15]

$$B = 365 \frac{10^3 L_c}{k_{\text{пр}} \bar{V}}. \quad (4.10)$$

Здесь  $L_c$  – проектный среднесуточный пробег автомотрисы, принимается по информации фирмы «ТВЕМА»  $L_c=180$  км/сут;  $\bar{V}$  – средняя техническая скорость движения автомотрисы, м/с;  $k_{\text{пр}}$  – коэффициент, учитывающий время простоя подвижного состава.

Определение величины  $f_3$  проводится по зависимости, приведенной в [15]

$$f_e = \frac{n_0}{2t_p}, \quad (4.11)$$

где  $t_p$  – длительность реализации процесса изменения динамических эквивалентных напряжений;  $n_0$  – количество нулей в реализации процесса изменения напряжений длительностью  $t_p$ .

При оценке усталостной долговечности несущей сварной конструкции учитывается, что 70 % времени автомотриса движется по прямому участку пути ( $P_1 = 0,7$ ), 25% в кривых ( $P_2 = 0,25$ ), 5 % проходит стрелочный перевод ( $P_3 = 0,05$ ) [117].

Результаты расчета усталостной долговечности наиболее нагруженных сварных соединений приведены в таблице 4.1 в виде сроков службы до достижения предельного состояния.

Таблица 4.1

Сроки службы наиболее нагруженных сварных соединений в годах

№ сварного соединения	Без учета дополнительных динамических нагрузок	С учетом дополнительных динамических нагрузок	Разница, %
1	34,64	26,34	8,3
2	30,39	21,2	9,2
3	35,77	24,6	11,2
4	33,01	25,0	8,0
5	34,44	27,14	7,3
6	37,06	29,46	7,6
7	33,73	27,63	6,1
8	43,61	38,71	4,9
9	36,29	32,19	4,1
10	37,65	34,05	3,6

Анализ результатов, приведенных в таблице 4.1, позволяет сделать вывод о том, что отсутствие учета дополнительных динамических реакций в опорах силовой установки при анализе усталостной прочности приводит к завышению получаемых результатов для наиболее нагруженных сварных соединений на 4 - 11 %. В связи с этим целесообразно рекомендовать при исследовании

усталостной прочности учитывать дополнительные динамические возмущения, связанные с работой силовой установки.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ ПО ГЛАВЕ

Выполнена оценка динамического напряженного состояния несущей конструкции кузова автомотрисы от действия динамических нагрузок, возникающих при ее движении по неровностям пути.

Определены наиболее нагруженные в эксплуатации сварные соединения несущей конструкции кузова автомотрисы, определяющие его усталостную прочность.

Для наиболее нагруженных сварных соединений выполнен расчет усталостной долговечности показавший, что отсутствие учета дополнительных динамических реакций в опорах силовой установки приводит к завышению получаемых результатов для наиболее нагруженных сварных соединений на 4-11 %.

По первоначальному расчету усталостной долговечности наиболее нагруженных сварных соединений на основе результатов исследований введены коррективы в несущую конструкцию кузова, которые позволили повысить срок службы до 28 лет.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненные исследования и разработки, приведенные в диссертационной работе, заключаются в следующем:

1. Разработаны твердотельные и гибридные компьютерные модели автомотрисы. На их основе проведены расчеты и выполнен анализ влияния упруго-диссипативных свойств кузова на показатели ходовой динамики автомотрисы.
2. Использование твердотельной компьютерной модели приводит к занижению результатов для вертикальных, горизонтальных ускорений и коэффициентов вертикальной динамики кузова и завышению их для рамных сил по сравнению с экспериментальными результатами до 32 %.
3. При оценке динамической нагруженности кузовов автомотрис необходимо учитывать их упруго-диссипативные свойства. Учет упруго-диссипативных свойств кузова в гибридной модели уменьшает расхождение динамических характеристик, перечисленных в п.2, по сравнению с экспериментальными результатами на 18%.
4. Обоснована необходимость учета эффекта Зоммерфельда при исследовании динамической нагруженности несущей конструкции кузова автомотрисы.
5. На основе разработанной математической модели взаимодействия силовой установки с несущей конструкцией кузова автомотрисы установлено влияние дополнительных реакций в опорах силовой установки на ее динамические характеристики. При этом расчетные данные превышают экспериментальные не более чем на 16 %, что обеспечивает запас в отношении безопасности движения.
6. Оценка динамических усилий, действующих на несущую конструкцию кузова автомотрисы, показала, что учет дополнительных реакций в опорах силовой установки приводит к увеличению действующих динамических усилий до 13 %.
7. По первоначальному расчету усталостной долговечности наиболее нагруженных сварных соединений на основе результатов исследований введены коррективы в несущую конструкцию кузова, которые позволили повысить расчетный срок службы до 28 лет.
8. Предложенная методика учета влияния работы силовой установки на динамическую нагруженность и усталостную долговечность кузовов автомотрис может быть использована также при проектировании кузовов несамоходных вагонов (электростанций, вагонов сопровождения и т.д.).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Железнодорожный транспорт: Энциклопедия/ Гл. ред. Ж51 Н.С. Конарев. – М.: Большая Российская энциклопедия, 1994.–559 с.: ил.
2. Гончаров, Д.И. Особенности конструкций автомотрис нового поколения/ А.А. Юхневский, Д.И. Гончаров// Тяжелое машиностроение.–2015. № 1-2.– с. 25-30
3. Служебные автомотрисы серии АС1. Сайт «Паровозы эпох» – Режим доступа: <http://www.paravozoff.ru/articles/show/144>.
4. Сайт ОАО «Метровагонмаш». Продукция – Режим доступа: [http://www.metrowagonmash.ru/production/diesel\\_train/1-731/](http://www.metrowagonmash.ru/production/diesel_train/1-731/)
5. Группа «Ремпутьмаш» [сайт производителя] – Режим доступа: <http://www.rempm.ru/production/travelingcars/avtomotrisyi-motovozyi-i-avtodrezinyi/>
6. ОАО «Людиновский тепловозостроительный завод» [сайт производителя] – Режим доступа: <http://ludtz.ru/index.php?page=15&addl=3>
7. ОАО «Тихорецкий машиностроительный завод им. В. В. Воровского» [сайт производителя] – Режим доступа: [http://www.tmv.ru/production/railway-equipment/?category\\_id=1049](http://www.tmv.ru/production/railway-equipment/?category_id=1049)
8. ЗАО «Фирма ТВЕМА» [сайт производителя] – Режим доступа: <http://tvema.ru/product>
9. Гончаров, Д.И. Обоснование технических решений для кузова автомотрисы с двумя дизель-генераторными установками/ Д.И. Гончаров, А.С. Жуков, П.С. Ломаков и др// Подвижной состав XXI века: идеи, требования, проекты, VIII Международная научно-техническая конференция. – СПб., 2013. – С. 76-79.
10. PESA SA [сайт производителя] – Режим доступа: <http://www.pesa.pl/index.php/pl/produkty/spalinowe-zespoly-trakcyjne/611m>
11. NEWAG S.A [сайт производителя] – Режим доступа: <http://www.newag.pl/en/oferta/spalinowe-zespoly-trakcyjne/>
12. MERMEC S.p.A. 11. [сайт производителя] – Режим доступа: <http://www.mermec.com/inspection-technology/35/1/recording-cars.php>
13. MATISA Matériel Industriel S.A. [сайт производителя] – Режим доступа: [http://www.matisa.ch/en/matisa\\_m1000.html](http://www.matisa.ch/en/matisa_m1000.html)

14. ZOS Vrutky a.s. [сайт производителя] – Режим доступа: [http://www.zos-vrutky.sk/index\\_ru.html](http://www.zos-vrutky.sk/index_ru.html)
15. Нормы для расчета и оценки прочности несущих элементов и динамических качеств экипажной части моторвагонного подвижного состава железных дорог МПС колеи 1520 мм / – М.: ВНИИВ – ВНИИЖТ, 1997. – 147 с.
16. Вагоны/ Под ред. Л.А. Шадура. –М.: Транспорт, 1973. – 440 с.
17. Никольский, Е.Н. Оболочки с вырезами типа вагонных кузовов/ Е.Н. Никольский –М.: Машгиз, 1963. – 312 с.
18. Разработка эскизного проекта и методов расчета кузова, со съемной несущей крышей приспособленного для крупноблочной сборки. Участие в разработке технического проекта кузова и блоков внутреннего оборудования: Заключительный этап/КФ ВНИИВ; Рук. темы Мейстер В.М. – Шифр темы 30/2-73; № ГР 7307294. –Калинин, 1974. – 86 с.
19. Александров, А.В. Строительная механика тонкостенных пространственных систем/ А.В. Александров, Б.Я. Лашеников, Н.Н. Шапошников. – М.: Стройиздат, 1983. - 488с.
20. Филин, А.П. Элементы теории оболочек/А.П. Филин. – Л.: Судостроение, 1970. – 205с.: ил.
21. Никольский, Е.Н. Расчет несущих конструкций по методу конечных элементов/ Е.Н. Никольский. – Брянск: БИТМ, 1982. – 99с.
22. Рычков, С.П. Моделирование конструкций в среде Femap with NX Nastran. – М.: ДМК Пресс, 2013. – 784 с.: ил.
23. Постнов, В.А. Численные методы расчета судовых конструкций. – Л.: Судостроение, 1977. – 280 с.
24. Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л. Методы граничных элементов в технике. – М.: Мир, 1987. – 524 с.
25. Зенкевич, О. Метод Конечных элементов в технике/ О. Зенкевич; пер. с англ. под ред. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1975 – 541с.
26. Сегерлинд, Л. Применение метода конечных элементов/ Л. Сегерлинд; пер. с англ. под ред. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1979 – 392 с.

27. Fenner R.T. Finite Element Methods for Engineering//The Mackmillan Press ltd. –London. - 1975.
28. Шадур, Л.А. Вагоны: Конструкция, теория и расчет/ Л.А. Шадур, И.И. Челноков, Л.Н. Никольский, Е.Н. Никольский,, П.Г. Проскурнев, В.Н. Котуранов и др.; / Под ред. Л.А. Шадура. 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Транспорт, 1980. – 440 с.
29. Котуранов, В.Н. и др. Нагруженность элементов конструкции вагона. – М.: Транспорт, 1991. – 238 с.
30. Беспалько, С.В. Определение статической и динамической нагруженности грузового помещения цистерны для перевозки криогенных продуктов: автореф. дис... канд. техн. наук/ С.В. Беспалько: – М., 1990. – 22 с.
31. Филиппов, В.Н. Расчет на прочность котлов цистерн для перевозки сжиженных газов/ В.Н. Филиппов, А.В. Смольянинов, В.П. Мальцев/ Газовая промышленность.- 1989.-№5.- С. 56-59.
32. Воронин, Н.Н. Применение математических методов и ЭВМ при анализе и оценке эксплуатационной прочности сварных конструкций/ Н.Н. Воронин, С.Н. Киселев, Ю.Н. Аксенов/ Информационные материалы: СЭВ. Киев: ИЗС им. Патона.- 1989. Вып.1 (35). - С.25-31.
33. Бороненко, Ю.П. Расчёт узлов вагонов на прочность МКЭ/ Ю.П. Бороненко, А.В. Третьяков, Г.Е. Сорокин // Учебное пособие и руководство к использованию учебных пакетов программ.– Л.: ЛИИЖТ, 1991.– 39 с.
34. Третьяков, А.В. Метод исследования напряженно-деформированного состояния экипажа с резервуаром для перевозки жидких грузов/ А.М. Соколов, А.А. Битюцкий, А.В. Третьяков // С.Петербургский ЦНТИ, 1993.– № 397.– 2с.
35. Соколов, М.М. Динамическая нагруженность вагона/ М.М. Соколов, В.Д. Хусидов, Ю.Г. Минкин.– М.: Транспорт, 1981.
36. Битюцкий, А.А., Применение метода суперэлементов к расчету конструкций вагонов/ А.А. Битюцкий, О.Н. Петров, С.В. Павлов// Динамика вагонов: Сб. научн. тр., Л.: ЛИИЖТ, 1984 г. с. 46-55.



37. Кобищанов, В.В. Выбор рациональной конструкции двухслойной обшивки боковых стен пассажирских вагонов/ В.В. Кобищанов, Д.Я. Антипин, Д.Ю. Расин, А.М. Высоцкий// Вестник БГТУ.– 2014.–№4.

38. Лозбинец, В.П. Актуальные направления исследований в области проектирования вагонов/ В.П. Лозбинец, Ф.Ю. Лозбинец// Вестник БГТУ.– 2012. №1.–с. 41-49.

39. Черкашин, Ю.М. Разработка методики оценки ресурса несущих конструкций вагонов прошедших капитально - восстановительный ремонт / Ю.М Черкашин., С.Д. Коршунов, Д.Я. Антипин // Вестник ВНИИЖТ. – 2011. – №1. – с. 19-22.

40. Юхневский, А.А., Кобищанов В.В. Оценка прочности кузова пассажирского вагона // Тез. докл. 53-й науч. конф. проф. препода, состава БГТУ. Брянск, 1996.– ч.1.– с. 38

41. Гончаров, Д.И. Проведение исследований по оценке несущей способности кузова головного вагона электропоезда Эг2Тв/ Д.И. Гончаров, П.С. Ломаков, А.А. Юхневский, А.А. Смирнов// в сб.: «Проблемы и перспективы развития вагоностроения», Материалы V Всероссийской научно-практической конференции. – Брянск: БГТУ, 2014.– С. 57-60

42. Гончаров, Д.И. Исследования влияния конструктивных особенностей на прочность рам тележек безлюлечного типа для пассажирских вагонов/ Д.И. Гончаров, В.В. Василевский, А.А Юхневский и др// Подвижной состав XXI века: идеи, требования, проекты. VI Международная научно-техническая конференция.– СПб., 2011. – С. 142-145

43. Оганьян, Э.С. Оценка остаточной долговечности рам тележек магистральных тепловозов/ Э.С. Оганьян, Б.Б. Бунин // Тр. ин-та ВНИКТИ 2002. Вып.81.– С. 2-11.

44. Волохов, Г.М. Обоснование усредненного эквивалентного нагружения маневрового локомотива для условий горочной эксплуатации / Г.М. Волохов, М.В. Загорский// Тр. ВНИТИ МПС/ Коломна, 1999.– Вып. 79.– С. 82 - 87.

45. Лапшин, В.Ф. Прогнозирование прочности и долговечности вагонов для перевозки коррозионно-активных грузов: Дисс... докт. техн. наук/ В.Ф. Лапшин.– Екатеринбург: УрГУПС, 2003.– 421 с.
46. Цвик, Л.Б. Оценка прочности несущих элементов железнодорожных вагонов : метод. пособие по лабораторному курсу дисциплины «Конструирование и расчет вагонов» / А.В. Кулешов, Л.Б. Цвик / Иркутск: ИрГУПС, 2012.– 208 с.
47. M. A. Rezvani, M. M. Feizi, M. Shadfar. An innovative method for stress analysis of y25 bogie under oscillating loads due to tank wagon fluid sloshing. Tehran, Iran. – Режим доступа: <http://www.ptmts.org.pl/2014-3-rezvani-in.pdf>
48. C. Baykasoglu a,b, E. Sunbuloglu a, S. E. Bozdag a, F. Aruk a, T. Toprak a and A. Mugan a. Numerical static and dynamic stress analysis on railway passenger and freight car models. Istanbul, Turkey. – Режим доступа: <http://web.hitit.edu.tr/dosyalar/yayinlar/cengizbaykasoglu@hititedutr110920130Y7K9T0V.pdf>
49. D. Hanson, M. Winton, R. Emslie, G. Brown, B. Randal. Development of an in-service dynamic model of a double deck passenger train. Sydney, Australia. Режим доступа: [http://www.acoustics.asn.au/conference\\_proceedings/ICSV14/papers/p108.pdf](http://www.acoustics.asn.au/conference_proceedings/ICSV14/papers/p108.pdf)
50. Bingrong Miao, WeiHua Zhangb, Jihui Zhangb, and Dingchang Jinb. Evaluation of Railway Vehicle Car Body Fatigue Life and Durability using Multi-disciplinary Analysis Method. China. – Режим доступа: [http://www.researchgate.net/publication/245574564\\_Evaluation\\_of\\_Railway\\_Vehicle\\_Car\\_Body\\_Fatigue\\_Life\\_and\\_Durability\\_using\\_a\\_Multi-disciplinary\\_Analysis\\_Method](http://www.researchgate.net/publication/245574564_Evaluation_of_Railway_Vehicle_Car_Body_Fatigue_Life_and_Durability_using_a_Multi-disciplinary_Analysis_Method)
51. Lianyou Yu, Hengjun Zhu. A Modelling Approach for the Lightweight Design of Railroad Truck. China. – Режим доступа: [http://www.iftomm.org/iftomm/proceedings/proceedings\\_WorldCongress/WorldCongress07/articles/sessions/papers/A192.pdf](http://www.iftomm.org/iftomm/proceedings/proceedings_WorldCongress/WorldCongress07/articles/sessions/papers/A192.pdf)
52. GE Jianmin and WU Di. Modelling the interior sound field of a railway vehicle using finite element method. China. – Режим доступа: [http://www.acoustics.asn.au/journal/2014/Vol42No3-Di\\_technote.pdf](http://www.acoustics.asn.au/journal/2014/Vol42No3-Di_technote.pdf)

53. V. Zabeld, D. Ribeiroa, R. Calçadab, R. Delgadob and M. Brehmc. Finite-element model calibration of a railway vehicle based on experimental modal parameters. – Режим доступа: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.411.3507&rep=rep1&type=pdf>
54. A. Leyva-Díaz, J. O. Trejo-Escandón, P. A. Tamayo-Meza, U. S. Silva-Rivera, L. A. Flores-Herrera, J. M. Sandoval-Pineda. Dynamic Analysis of Railroad Tank Car Under motion scenario Yaw and Sway. – Режим доступа: <http://www.ijettjournal.org/volume-16/number-2/IJETT-V16P211.pdf>
55. Шимкович, Д.Г. Расчет конструкций в MSC/NASTRAN for Windows/ Д.Г. Шимкович.– М.: ДМК Пресс, 2001. – 448с., ил.
56. SCAD Soft [сайт производителя] – Режим доступа: [www.scadsoft.com](http://www.scadsoft.com)
57. Вершинский С.В., Данилов В.Н., Хусидов В.Д. Динамика вагона. Под ред. С.В.Вершинского.– М., «Транспорт», 1991.– 360 с.
58. Филиппов, В.Н. Дифференциальные уравнения процесса маневрового соударения восьмиосных вагонов/ В.Д. Хусидов, В.Н. Филиппов, Ю.А. Шмыров// Сборник МИИТа.– 1974.– Вып. 453.– С. 90
59. Петров, Г.И. Имитационное моделирование сил взаимодействия экипажа и пути/ М.Ф. Вериго, Г.И. Петров, В.В. Хусидов// Бюллетень ОСЖД, Варшава.– 1995.–№ 6.– С. 3-8.
60. Никольский, Л.Н., Кеглин, Б.Г. Амортизаторы удара подвижного состава/ Л.Н. Никольский, Б.Г. Кеглин.– М.: Машиностроение, 1986.– 144 с
61. Болдырев, А.П. Характеристики перспективных поглощающих аппаратов при переходных режимах движения поезда/ А.П. Болдырев, А.М. Гуров, Э.А. Фатьков// Железнодорожный транспорт.– 2007 г.– №1.– с 40-42.
62. Оганьян, Э.С. Критерии несущей способности конструкций локомотивов в экстремальных условиях нагружения.// автореф. на соиск. уч. степ, д.т.н. МИИТ М-2004г. с 47
63. Cole, C. Improvements to Wagon Connection Modelling for Longitudinal Train Simulation/ С. Cole// Conference on Railway Engineering, Rockhampton, Institution of Engineers, Australia.– 1998.– pp. 187–194.

64. Duncan, I.B. The Longitudinal Behavior of Heavy Haul Trains Using Remote Locomotives/ I.B. Duncan, P.A. Webb// Fourth International Heavy Haul Conference, Brisbane.– 1989.– pp. 587– 590.

65. Muller, L. and Witt, T., TRAIN – A Computer Model for the Simulation of Longitudinal Dynamics in Trains/ L. Muller, T Witt// Conference on Railway Engineering, Rockhampton, Institution of Engineers, Australia.– 1998.– pp. 181–186.

66. McClanachan, M. An Investigation of the Effect of Bogie and Wagon Pitch Associated with Longitudinal Train Dynamics. The Dynamics of Vehicles on Roads and on Tracks-Vehicle System Dynamics Supplement 33/ M. McClanachan, C. Cole, D. Roach, B. Scown// Swets & Zeitlinger, Amsterdam.– 1999.– pp. 374–385.

67. Исследование неровностей колес пассажирских вагонов/ Под ред. Н.Н. Кудрявцева.– М.: Транспорт, 1979.– 120 с.

68. Сакало, А.В. Применение программного модуля «UM Rolling Contact Fatigue» для моделирования накопления контактно-усталостных повреждений в колёсах железнодорожного подвижного состава/ А.В. Сакало, В.И. Сакало, С.Б. Томашевский// Тез. докл. II научно-техн. семинара, компьютерное моделирование в железнодорожном транспорте: динамика, прочность, износ. 9-10 апреля 2014 г.– Брянск.

69. Kalker, J.J. Three Dimensional Elastic Bodies in Rolling Contact. 1st ed. Kluwer.– Dordrecht.– 1990.

70. Ayasse, J.B. Determination of the wheel rail contact patch for semi-Hertzian conditions/ J.B. Ayasse, H. Chollet// Vehicle Syst.– Dyn.–2005.

71. Polach, O. Creep forces in simulations of traction vehicles running on adhesion limit// Proceedings of the Sixth International Conference on Contact Mechanics and Wear of Rail/ Wheel Systems.– Goteburg.– 2003.

72. Винокуров, М.В. Исследования колебаний и устойчивости вагонов Текст.: сб. науч. тр. / М.В. Винокуров. – Днепропетровск.– 1939.– вып. 12.– 392 с.

73. Хохлов, А.А. Динамика сложных механических систем/ А.А. Хохлов. М.: МИИТ.– 2002.– 172 с.

74. Анисимов, П.С. Влияние конструкции и параметров тележек на износ колес и рельсов // Железнодорожный транспорт.– 1999.– № 6.– С. 38 - 42.
75. Филиппов, В.Н. Извилистое движение экипажа с нелинейными силовыми и кинематическими связями/ В.Н. Филиппов, В.Н. Данилов, В.Д. Хусидов// Вестник ВНИИЖТ.– 1971.– № 3.– С. 20-23.
76. Петров, Г.И. Динамика пассажирского вагона и пути модернизации тележки КВЗ-ЦНИИ / Под ред. А.А. Хохлова. М.: МИИТ.– 2001 г. – 160 с.
77. Савоськина, А.Н. Прочность и безотказность подвижного состава железных дорог/ Под общ. ред. А.Н. Савоськина. – М.: Машиностроение, 1990. – 288 с.
78. Киселев, В.И. Закономерность возникновения виброударных колебаний в тяговых электрических приводах локомотивов: Автореф. дис... докт. техн. наук. М.: 1992.– 40 с.
79. Челноков, И.И. Эстлинг, А.А. Расчет рессорного подвешивания. Часть II. Учебное пособие.– Л.: ЛИИЖТ.– 1969.– 23 с.
80. Бороненко, Ю.П. Тележка для грузовых вагонов, дружественная к пути/ Ю.П. Бороненко, А.М. Орлова// Сб. докладов научн.-практ. конф. Инновационные проекты, новые технологии и изобретения. Щербинка.– 2005.– С.181-183.
81. Соколов, М.М. Динамическая нагруженность вагона / М.М. Соколов, В.Д. Хусидов, Ю. Г. Минкин. М.: Транспорт.– 1981.– 207 с.
82. Ромен, Ю.С. Колесная пара для изучения сил взаимодействия между рельсовым экипажем и путем // В кн. Rail vehicle dynamics and associated problems. ISBN 83-7335-239-2. Gliwice: Silesian University of Technology.– 2005.– С. 115-121.
83. Черкашин, Ю.М. Расчет поперечных колебаний жидкости и боковой качки цистерн при неполном наливе. М.: Вестник ВНИИЖТ.– 1970.– № 5.– С.31-37.
84. Березин, В.В. Теоретические исследования ходовых качеств шестиосного локомотива с новыми конструкциями радиальной установки колесных пар/ В.В. Березин, Ю.В. Демин, В.С. Коссов и др.// Труды ВНИТИ. Коломна.– 1997.– вып. 76.– С. 44-59.

85. Юхневский, А.А. Влияние формы контура поперечного сечения кузова вагона на величину изгибной жесткости/ В кн.: Транспортное машиностроение. М.: 1974.– 16.– С.13-15.

86. Скачков, А.Н. Определение характеристик буксового подвешивания с односторонними поводковыми связями/ А.Н. Скачков, А.А. Семенов, А.В. Зайцев// Тверь: Деп. в ВИНТИ.– 2011.– № 99-В2011.–7 с.

87. Доронин, И.С. Улучшение динамических характеристик железнодорожных экипажей с гибкими кузовами в вертикальной плоскости/ И.С. Доронин, А.Н. Щербаков, И.И. Вучетич, В.В. Василевский//Вестник ВНИИЖТ.– 1984.– №4.– С. 38-40.

88. Погорелов, Д.Ю. Введение в моделирование динамики систем тел: Монография Текст. Брянск: БГТУ.– 1997.– 156 с.

89. Кобищанов, В.В. Оценка динамической нагруженности несущих конструкций кузовов пассажирских вагонов/ В.В. Кобищанов, Д.Я. Антипин, А.Л. Забелин // Труды IV научно-практической конференции «Безопасность движения поездов». МГУПС (МИИТ).– 2003.– С. 34-41.

90. Селинов, В.И. Проектирование подвешивания вагонов: учеб. пособие/ В.И. Селинов. Брянск: БГТУ.– 1999.– 251 с.

91. Бачурин, Н.С. Нагруженность несущих элементов кузова трамвайного вагона/ Н.С. Бачурин, Н.Л. Иванов, К.М. Колясов// Безопасность движения, совершенствование конструкций вагонов и ресурсосберегающих технологий в вагонном хозяйстве. Екатеринбург: УрГУПС.– 2007.

92. Ефимов, В.П. Исследование динамических качеств полувагона с глухим скругленным низом кузова/ В.П. Ефимов, А.Э. Павлюков, В.А. Ивашов, С.В. Васильев //Подвижной состав 21 века идеи, требования, проекты. Сб. научн. статей/ Санкт-Петербург: ПГУПС.– 2000.– С. 106 - 114.

93. Лазарян, В.А. О математическом моделировании движения поезда по переломам продольного профиля пути./ В.А. Лазарян, Е.П. Блохин// В кн.: Совершенствование норм проектирования железных дорог.– М.: Транспорт. 1974.– с. 83 - 123.

94. Ушкалов, В.Ф. Статистическая динамика рельсовых экипажей/ В.Ф. Ушкалов, Л.М. Резников, С.Ф. Редько/ Киев: Наукова думка.– 1982.– 360 с.
95. Гарг, В.К., Дуккипати, Р.В. Динамика подвижного состава: Пер. с англ. / Под ред. Н.А. Панькина. М.: Транспорт.– 1988.– 391 с.
96. Wickens, A. H. Steering and stability of the bogie: vehicle dynamics and suspension design. Proc. Inst.Mech. Eng., Part F, J. Rail Rapid Transit. – 1991. – № 205. – pp. 109–122.
97. Carlbom, P. Passengers, seats and carbody in rail vehicle dynamics. Vehicle Syst. Dyn. 17th IAVSD Symposium of Vehicles on Roads and Tracks, Copenhagen, Denmark. – 2002.– № 37. – pp. 290–300.
98. J. Zhou, R. Goodall, L. Ren, et al. Influences of car body vertical flexibility on ride quality of passenger railway vehicles [J] Proceeding of the institution of mechanical engineers. Part F: Journal of Rail and Rapid Transit.– 2009.– № 223(5). – pp. 461–471.
99. Universal Mechanism [сайт производителя] – Режим доступа: <http://www.umlabor.ru/pages/index.php?id=1>
100. Афанасьев, Е.В. Оценка устойчивости элементов обшивки кузовов пассажирских вагонов с учетом начальной погиби. Дис... канд. техн. наук.– М.: 1988 г.– 127 с.
101. Богданов, В.П. Применение эластомерных амортизаторов в подвешивании тележек грузовых вагонов/ В.П. Богданов, Г.И. Петров, В.Н. Филиппов, С.В. Дмитриев// Москва:Труды-МИИТ.– 2003 г.
102. Pogorelov, D.Yu. Railway Vehicle Dynamics: Some Aspects of Wheel-Rail Contact Modeling and Optimization of Running Gears/ Pogorelov, D.Yu., Kovalev R., Yazykov V. N., Mikhalchenko G. S.// Mechanics Based Design of Structures and Machines.– 2003.– №3.– pp. 315-334
103. Гончаров Д.И. Обоснование технических решений для кузова автотрицикла «Север»/ Д.И. Гончаров, П.С. Ломаков, А.А. Юхневский// в сб. VI Международной научно-техн. конф. «Подвижной состав XXI века: идеи, требования проекты».– Санкт – Петербург.– 2009 г.– С. 223-227

104. Патент на полезную модель №151037 Российской Федерации. Автомотриса облегченной конструкции [Текст]/ А.А. Юхневский, Д.И. Гончаров, П.С. Ломаков, В.Ф. Тарабрин, А.А. Федотов, Д.В. Кузнецов, Д.А. Главатский: патентообладатели ЗАО НО «ТИВ» и ЗАО «Фирма ТВЕМА». № 2014125293/11; заявл. 23.06.2014; опубл. 20.03.2015, Бюл. № 8.

105. MTU\_ValueService Technical Documentation MA60028/00D– 2011.– 916 с.

106. Двигатели тяговые постоянного тока типа ТДМ для вагонов метрополитена/ Технические условия 3355-045-05757908-94.– 1994 г.

107. Pogorelov, D. Differential-algebraic equations in multibody system modeling. Numerical algorithms/D. Pogorelov. – 1998. – P. 183-194.

108. Гончаров, Д.И. Исследование динамических характеристик самоходной автомотрисы методами математического моделирования/ Д.И. Гончаров, В.В. Кобищанов, Д.Я. Антипин// Вестник Брянского государственного технического университета. – Брянск: БГТУ, 2014. – №4. – С. 16-20.

109. Гончаров, Д.И. Анализ возможности повышения скоростей эксплуатации пассажирских тележек моделей 68–4071 и 68–4075/ В.В. Кобищанов, Д.Я. Антипин, Д.И. Гончаров, С.Ю. Овсянников// Проблемы и перспективы развития вагоностроения, Материалы II международной научно-практической конференции. – Брянск: БГТУ, 2005. – С. 34-36.

110. Василевский, В.В. Матрица жесткости цилиндрических винтовых пружин/ В.В. Василевский, А.С. Жуков// в сб.: «Проблемы и перспективы развития вагоностроения», Материалы V Всероссийской научно-практической конференции. – Брянск: БГТУ, 2014.– С. 15-17

111. Вершинский, С.В. Динамика вагона/С.В. Вершинский, В.Н. Данилов, И.И. Челноков. – М.: Транспорт, 2004. – 304 с.

112. Протокол приемочных тягово–теплотехнических испытаний СУПДК «Север» / ИЦ ПС ОАО «ВНИКТИ».– 20.12.2009г.– № ИЦ ПС–18–09.– 7с.

113. Гребенюк, П.Т. Тяговые расчеты: Справочник./ П.Т. Гребенюк, А.Н. Долганов, А.И. Скворцов. – М.: Транспорт, 1987. – 272 с.

114. Правилами тяговых расчетов для поездной работы М.: Транспорт. 1985. 287 с.



115. РД 32.68-96 «Расчетные неровности железнодорожного пути для использования при исследованиях и проектировании пассажирских и грузовых вагонов. М.: ВНИИЖТ, 1997, 20с.

116. Черняк, А.Ю. Моделирование случайных возмущений в системе «рельсовый экипаж – путь» Вест. Восточноукр. нац. ун-та. им. В. Даля. – Луганск, 2003. – №9. – С. 173-177.

117. Изыскания и проектирование железных дорог: учебник для вузов ж-д. транспорта / А.В. Горинов, И.И. Кантор, А.П. Кондратченко, И.В. Турбин – 6-е изд., перераб. и доп. – М.: Транспорт, 1979. – Т. I. – 319 с.

118. Кобищанов, В.В., Антипин, Д.Я. Оценка динамической нагруженности пассажирских вагонов с использованием гибридных моделей// Тез. LXVI Междун. Науч.-практич. конфер. – Днепропетровск: ДИИТ, 2006. – С. 10-11.

119. Nikraves, P. E. Model Reduction Techniques in Flexible Multibody Dynamics, NATO Science Series II, Vol. 103 Virtual nonlinear multibody systems, by ed. W. Schiehlen and M. Valasek, Kluwer Academic Publishers, 2003, pp. 83-102.

120. Shabana, A.A., Wehage, R.A. Coordinate reduction technique for transient analysis of special substructures with large angular rotations // Journal of Structural Mechanics 11(3), 1983, pp. 401-431.

121. Craig, R.R., Jr., and Bampton, M.C.C. Coupling of substructures for dynamic analysis, AIAA Journal, Vol. 6, No. 7, 1968, pp. 1313-1319.

122. Сорокин, Е.С., Муравский, Г.Б. Об учете упругих несовершенств материалов методами теории наследственной упругости/ Е.С. Сорокин, Г.Б. Муравский// Строительная механика и расчет сооружений. –1975. №4 (100) – С. 52-58.

123. Гончаров, Д.И. Устойчивость прямоугольных пластин и критические параметры начальных несовершенств/ Д.И. Гончаров, В.В. Василевский// Проблемы и перспективы развития вагоностроения, Материалы III всероссийской научно-практической конференции. – Брянск: БГТУ, 2006. – С. 28-30.

124. Мартышкин, В.С. Установка для изучения динамических характеристик строительных материалов – в сб.: Динамические свойства строительных материалов – М.: Стройиздат.– 1940.–160 с.

125. Блехман, И.И. Самосинхронизация вибраторов некоторых вибрационных машин. – Инженерный сборник, Т. XVI, 1953.– С. 49-72.
126. Кононенко, В.О. Колебательные системы с ограниченным возбуждением. – М.: Физматгиз, 1964.– 254 с.
127. Гончаров, Д.И. Взаимодействие кузова автотрицикла с источником энергии, расположенным на нем/ Д.И. Гончаров, А.А. Юхневский, В.В. Василевский// в сб.: «Проблемы и перспективы развития вагоностроения», Материалы V Всероссийской научно-практической конференции. – Брянск: БГТУ, 2014.– С. 5-7
128. Бабаков, И.М. Теория колебаний.- М: Наука, 1968.– 560 с.
129. Биецено, К.Б., Граммель, Р. Техническая динамика. Т.1 – Л. – М.: ГИТТЛ, 1950.– 900 с.
130. Тимошенко, С.П. Устойчивость упругих систем.– М – Л.: ОГИЗ, 1946.– 532 с.
131. Феодосьев, В.И., Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1970.– 544с.
132. Лазарян, В.А. Динамика вагона – М.: Транспорт, 1964.– 256 с.
133. Афанасьев, А.А. Математические основы теории систем управления. Раздел второй. Устойчивость уравнений состояния систем автоматического управления. – Чебоксары: 2000.– 198 с.
134. Боголюбов, Н.Н., Митропольский, Ю.А. Асимптотические методы в теории нелинейных колебаний.– М.: Наука, 1974.– 410 с.
135. Василевский, В.В. Устойчивость гофрированных панелей кузовов пассажирских вагонов/ В.В. Василевский// в сб.: Проблемы и перспективы развития вагоностроения. Материалы II международной научно-практической конференции. – Брянск: БГТУ, 2005.– С. 21-23.
136. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры.– М.–Л.: Физматгиз, 1963.–656 с.
137. Когаев, В.П. Расчет деталей машин на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение, 1976. - 364 с.
138. Махненко, В.И. Расчет коэффициентов концентрации напряжений в сварных соединениях со стыковыми и угловыми швами/ В.И. Махненко, Р.Ю. Мосенкис // Сварочное пр-во. – 1985. – №8. – С. 7-18.